

Wstęp do Algorytmów Ewolucyjnych – egzamin zerowy

Czas pisania: 90 minut.

Dozwolone korzystanie z pisemnych pomocy – notatek i książek. Ściąganie skutkuje oceną zero!

Zadań proszę nie przepisywać. Proszę podpisać wszystkie oddawane kartki.

Zad. 1 (14)

Rozważmy algorytm ewolucyjny działający w zbiorze liczb rzeczywistych. W algorytmie tym wykorzystywana jest reprodukcja proporcjonalna.

Wykorzystywane jest krzyżowanie uśredniające, w którego wyniku nowy punkt powstaje na środku odcinka łączącego krzyżowane punkty. Mutacja polega na dodaniu do mutowanego punktu wartości losowej opisanej rozkładem jednostajnym na odcinku $[-1,1]$. Każdy punkt z populacji potomnej jest wynikiem mutacji punktu, powstałego wskutek krzyżowania zreprodukowanych punktów. Prawdopodobieństwo krzyżowania wynosi $\frac{1}{2}$.

Funkcja celu, podlegająca maksymalizacji, jest określona wzorem $f(x) = \max\{-(x-3)^2+8, -3(x-7)^2+10, 0\}$

Założmy, że populacja bazowa zawiera punkty $\{2,4,6,6,8\}$.

Proszę wyprowadzić i narysować wykres funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu próbkowania uzyskiwanego dla takiej populacji.

Zad. 2 (12)

Operator mutacji jest obciążony, jeśli przy ustalonym punkcie poddanym mutacji, zmiana rozwiązywanego zadania zmienia rozkład prawdopodobieństwa punktów osiągalnych w wyniku zastosowania operatora.

Operator krzyżowania jest obciążony, jeśli przy ustalonym zbiorze punktów poddawanych krzyżowaniu, zmiana rozwiązywanego zadania zmienia rozkład prawdopodobieństwa punktów osiągalnych w wyniku zastosowania operatora.

Czy obciążone są następujące operatory do optymalizacji w R^n bez ograniczeń:

1. Krzyżowanie jednopunktowe
2. Krzyżowanie równomierne
3. Krzyżowanie arytmetyczne (współczynnik uśredniania $\frac{1}{2}$)
4. Mutacja gaussowska

Odpowiedzi proszę krótko uzasadnić

Zad. 3 (12)

Rozważmy algorytm ewolucyjny okrojony wyłącznie do reprodukcji i sukcesji (bez operacji genetycznych).

Założmy, że populacja początkowa została zainicjowana różnymi od siebie punktami. Proszę naszkicować **na jednym wykresie** krzywe przedstawiające najbardziej prawdopodobny sposób zmian, w funkcji numeru iteracji, liczby różnych od siebie punktów, zawartych w kolejnych generacjach, dla następujących wariantów tego algorytmu:

- a) reprodukcja proporcjonalna, sukcesja prosta (funkcja celu stała),
- b) reprodukcja proporcjonalna, sukcesja prosta (funkcja celu nie będąca stałą),
- c) reprodukcja proporcjonalna, sukcesja elitarna (jeden punkt w elicie, funkcja celu nie będąca stałą).

Proszę założyć że populacja zawiera 10 punktów. Wykresy proszę krótko skomentować.

Zad. 4 (12)

Założmy, że mamy zminimalizować funkcję błędu opisującą różnicę między wartościami funkcji $g: R^5 \rightarrow R$, danej wzorem $g(x, w) = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$, a wartościami nieznannej funkcji $f: R^2 \rightarrow R$, dla której znany jest zbiór par postaci $[x_i, f(x_i)]$. Innymi słowy, poszukujemy takiego zestawu wartości parametrów w_0, w_1, w_2 aby znaleźć minimum funkcji $e: R^3 \rightarrow R$ opisanej wzorem $e(w) = -\sum_i [g(w, x_i) - f(x_i)]^2$. Zadanie to jest zadaniem regresji liniowej.

Jaka metoda optymalizacji (tzn. wypukła czy niewypukła, gradientowa czy bezgradientowa, losowa czy deterministyczna itp.) jest dobrze dopasowana do tego zadania? Odpowiedź proszę uzasadnić.
