

Wstęp do Algorytmów Ewolucyjnych – egzamin 1

Czas pisania: 90 minut.

Dozwolone korzystanie z pisemnych pomocy – notatek i książek. Ściąganie skutkuje oceną zero!

Zadań proszę nie przepisywać. Proszę podpisać wszystkie oddawane kartki.

Zad. 1 (15)

Rozważmy algorytm ewolucyjny działający w zbiorze liczb rzeczywistych. W algorytmie tym wykorzystywana jest reprodukcja turniejowa. Turniej polega na losowaniu ze zwracaniem dwóch punktów.

W algorytmie nie jest wykorzystywane krzyżowanie.

Funkcja celu, podlegająca maksymalizacji, jest określona wzorem $f(x) = \max\{-(x-3)^2+6, -3(x-7)^2+10, 0\}$

Założmy, że populacja bazowa zawiera punkty $\{2, 3, 3, 5, 7, 8\}$.

Proszę wyprowadzić i narysować wykres funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu próbkowania uzyskiwanego dla takiej populacji.

UWAGA: W książce „Wykłady z algorytmów ewolucyjnych” jest błąd w określeniu prawdopodobieństwa reprodukcji turniejowej.

Proszę wyprowadzić te prawdopodobieństwa „na piechotę”.

Zad. 2 (5)

Ile liczb losowych należy wygenerować, aby wykonać reprodukcję pojedynczego punktu zgodnie ze schematem reprodukcji:

- (a) proporcjonalnej,
- (b) turniejowej (wielkość turnieju s),
- (c) progowej z progiem θ .

Zad. 3 (10)

Rozważmy algorytm ewolucji różnicowej DE/rand/1/bin w \mathbb{R}^2 . Założmy, że funkcja celu jest funkcją stałą, a także, że zbiór dopuszczalny jest kwadratem $[-10, 10]^2$. Założmy, że w razie wygenerowania punktu niedopuszczalnego jest on rzutowany na ograniczenia.

Proszę naszkicować przypuszczalną gęstość rozkładu punktów, którą zaobserwujemy po bardzo dużej, dążącej do nieskończoności liczbie generacji. Odpowiedź proszę uzasadnić.

Zad. 4 (10)

Rozważmy algorytm ewolucyjny optymalizujący funkcję $q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, w którym jest wykorzystywana reprodukcja turniejowa binarna, sukcesja prosta, mutacja gaussowska, bez krzyżowania.

Założmy również, że funkcja celu q jest stała. Proszę wyprowadzić wzór opisujący wartość prawdopodobieństwa zdarzenia, że dla dowolnie wybranej pary punktów w iteracji numer t pochodzą one od dokładnie jednego punktu z populacji t -k.

Wielkość populacji bazowej oznaczmy przez μ , liczbę wymiarów – przez n , zaś mutacja ma jednostkową macierz kowariancji.

Przyjęte założenia proszę krótko opisać, a rozumowanie uzasadnić.

Zad. 5 (10)

W czasie reprodukcji określa się rozkład prawdopodobieństw reprodukcji $P_r(i|P^r)$. Punkty są wybierane do powielenia zgodnie z rozkładem P_r , a zatem wartość oczekiwana liczby kopii punktu P^r jest równa $\mu P_r(i|P^r)$, gdzie μ jest liczebnością populacji P^r . Metoda „deterministycznego próbkowania” (*deterministic sampling*) polega na tym, że każdy punkt P^r jest powielany w dokładnie tylu kopiach, ile wynosi wartość zaokrąglenia liczby $\mu P_r(i|P^r)$ do największej wartości całkowitej nie przekraczającej wartości oczekiwanej (np. gdy wynosi ona 1.2, wówczas wynikiem zaokrąglenia jest 1, jeśli zaś 5.63, wówczas wynikiem zaokrąglenia jest 6), zaś część ułamkowa z zaokrąglenia jest traktowana jako prawdopodobieństwo reprodukcji w procesie dołosowywania punktów w celu dopełnienia do wymaganej liczby reprodukcujących.

Jakie konsekwencje z punktu widzenia różnorodności populacji rodzi takie rozwiązanie? Jeśli algorytm ewolucyjny z „tradycyjną” reprodukcją jest w stanie, z pewnym prawdopodobieństwem, odnaleźć przybliżenie maksimum globalnego, to czy właściwość ta będzie zachowana przy deterministycznym próbkowaniu? Odpowiedź proszę krótko uzasadnić (może być przykład).

Zad. 6 (20)

Rozważmy algorytm ewolucyjny z reprodukcją proporcjonalną, sukcesja generacyjną, bez krzyżowania, w którym mutacja polega na dodaniu do zreprodukowanego punktu wartości różnicy między dwoma dowolnie wybranymi punktami z populacji. Jest to więc mutacja różnicowa, która zastępuje gaussowską w „tradycyjnym” algorytmie. Zakładając, że rozważany algorytm przetwarza liczby rzeczywiste (punkty na osi liczbowej), proszę o wyprowadzenie zależności między oczekiwaną wartością wariancji punktów zawartych w populacji numer $t+1$ oraz t . Proszę założyć model populacji nieskończonej, a także to, że funkcja celu jest funkcją Gaussa z zerową wartością oczekiwaną 0 i wariancją v_q .

Proszę również określić, jaka będzie równowagowa wartość wariancji populacji.