

ALHE

Jarosław Arabas

Pełny schemat algorytmu ewolucyjnego

Algorytm ewolucyjny

algorytm ewolucyjny

inicjuj $P^0 \leftarrow \{P_1^0, P_2^0 \dots P_\mu^0\}$

$t \leftarrow 0$

$H \leftarrow P^0$

while ! stop

for ($i \in 1:\lambda$)

if ($a < p_c$)

$O_i^t \leftarrow \text{mutation}(\text{crossover}(\text{select}(P^t, k)))$

else

$O_i^t \leftarrow \text{mutation}(\text{select}(P^t, 1))$

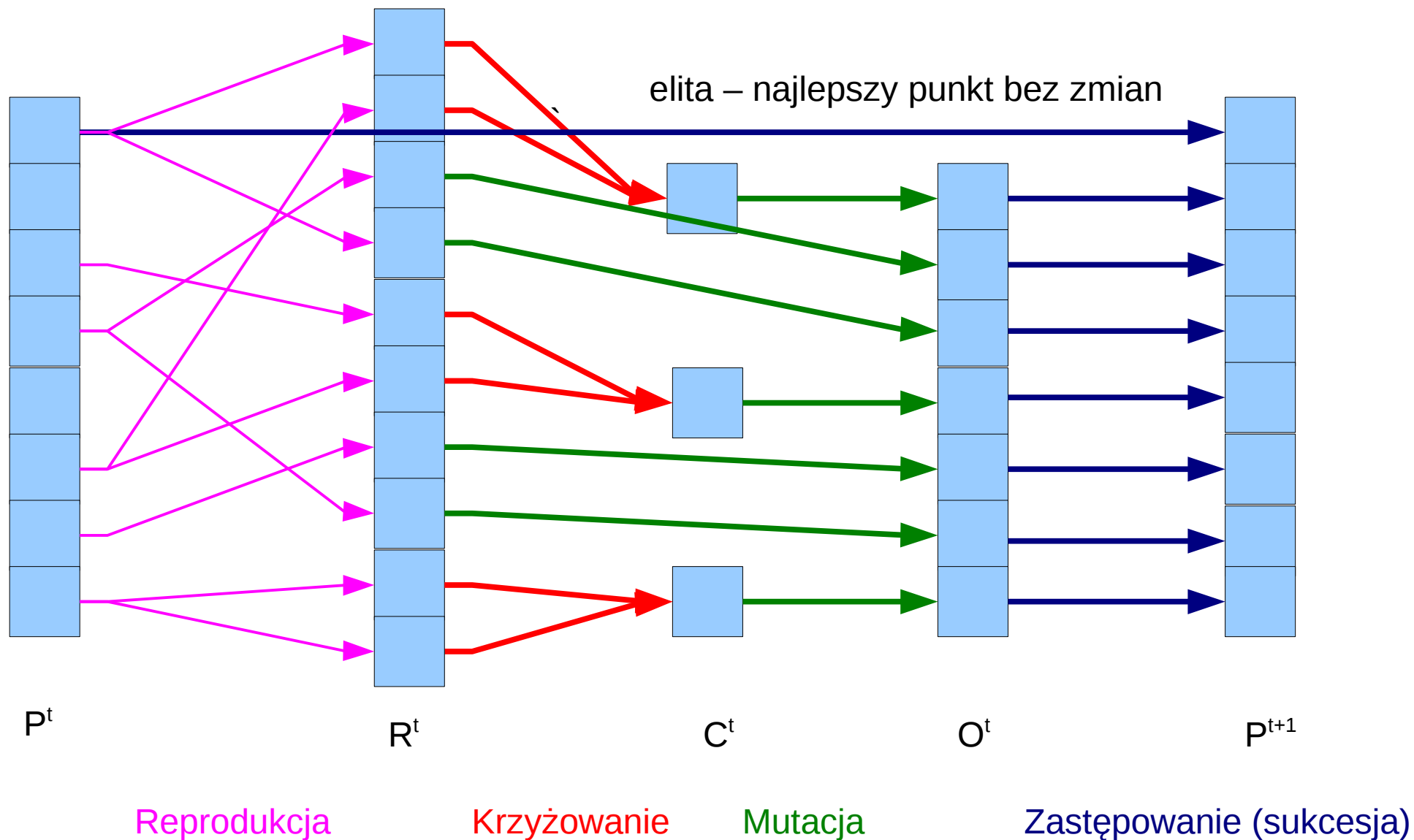
$H \leftarrow H \cup O^t$

$P^{t+1} \leftarrow \text{replacement}(P^t, O^t)$

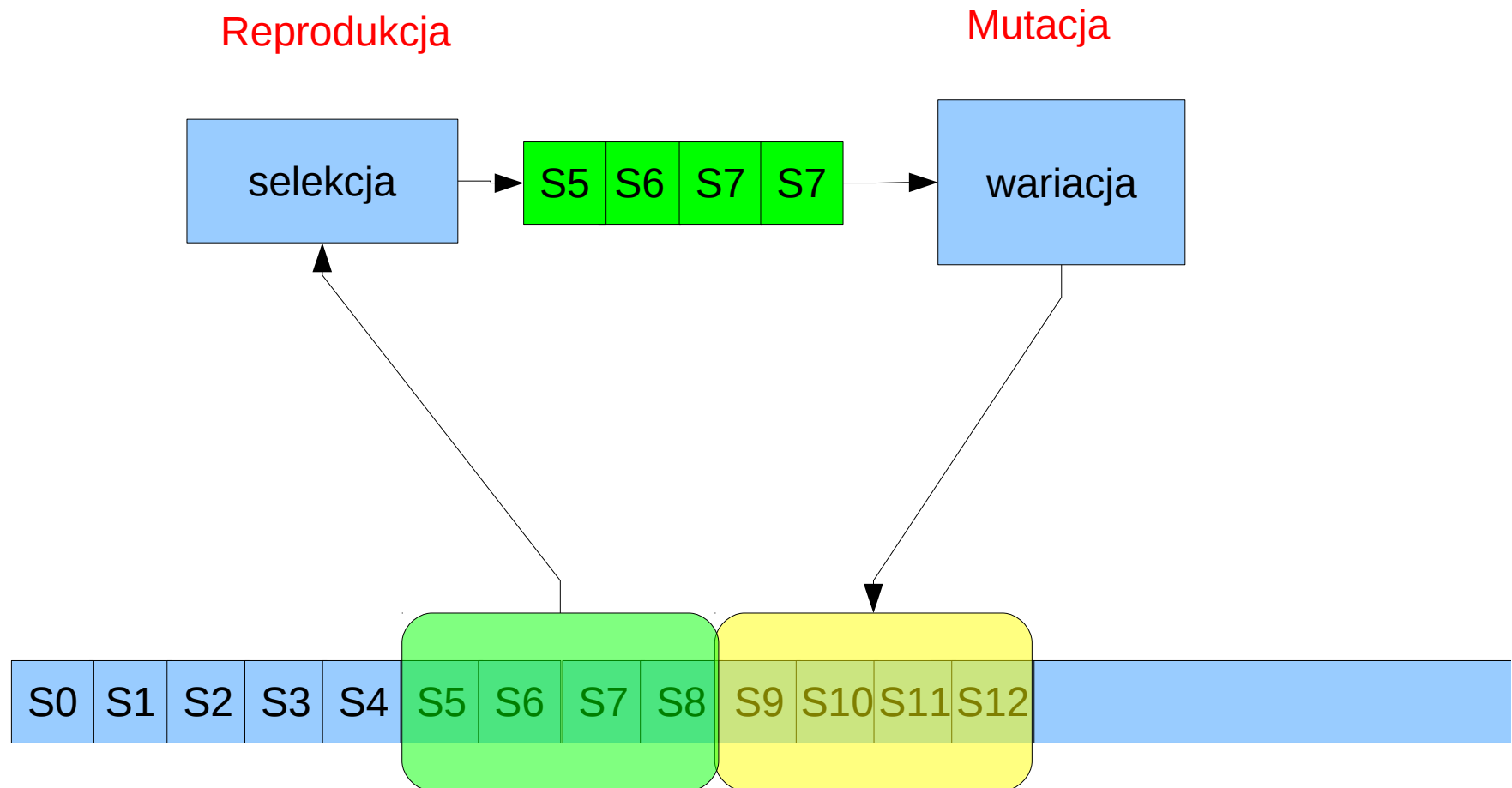
$t \leftarrow t + 1$

a jest zmienną losową
rozłożoną jednostajnie w $(0,1)$

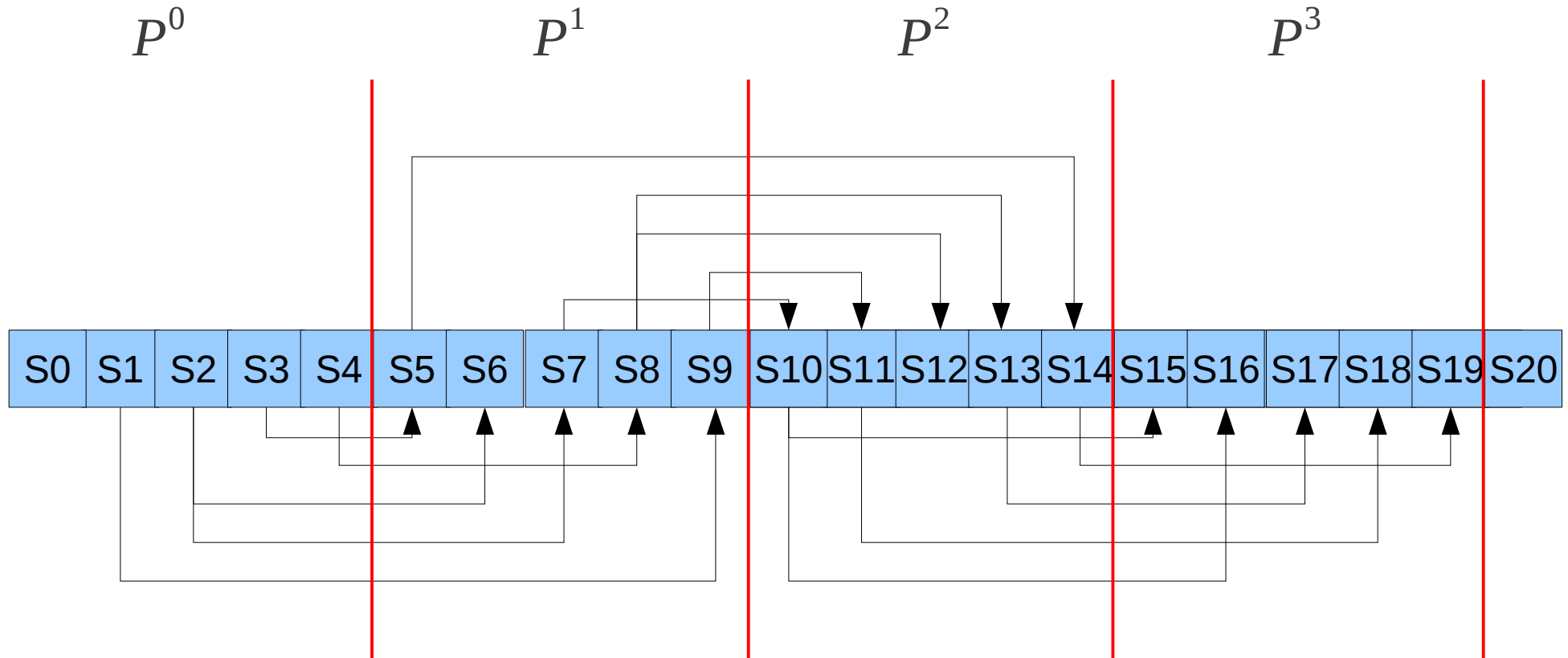
Algorytm ewolucyjny sposób przetwarzania punktów



Mutacyjny algorytm ewolucyjny sposób przetwarzania punktów

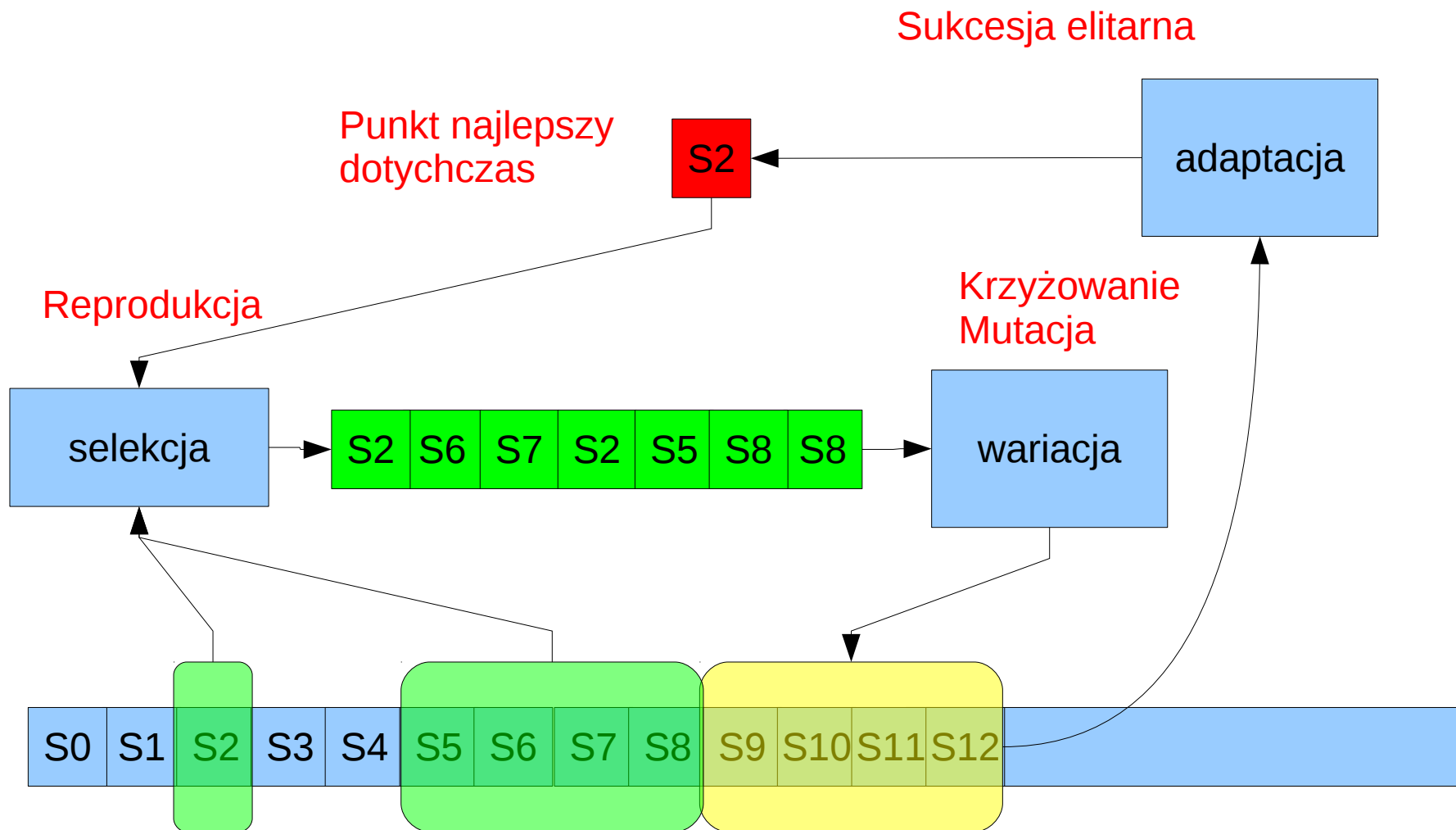


Mutacyjny algorytm ewolucyjny

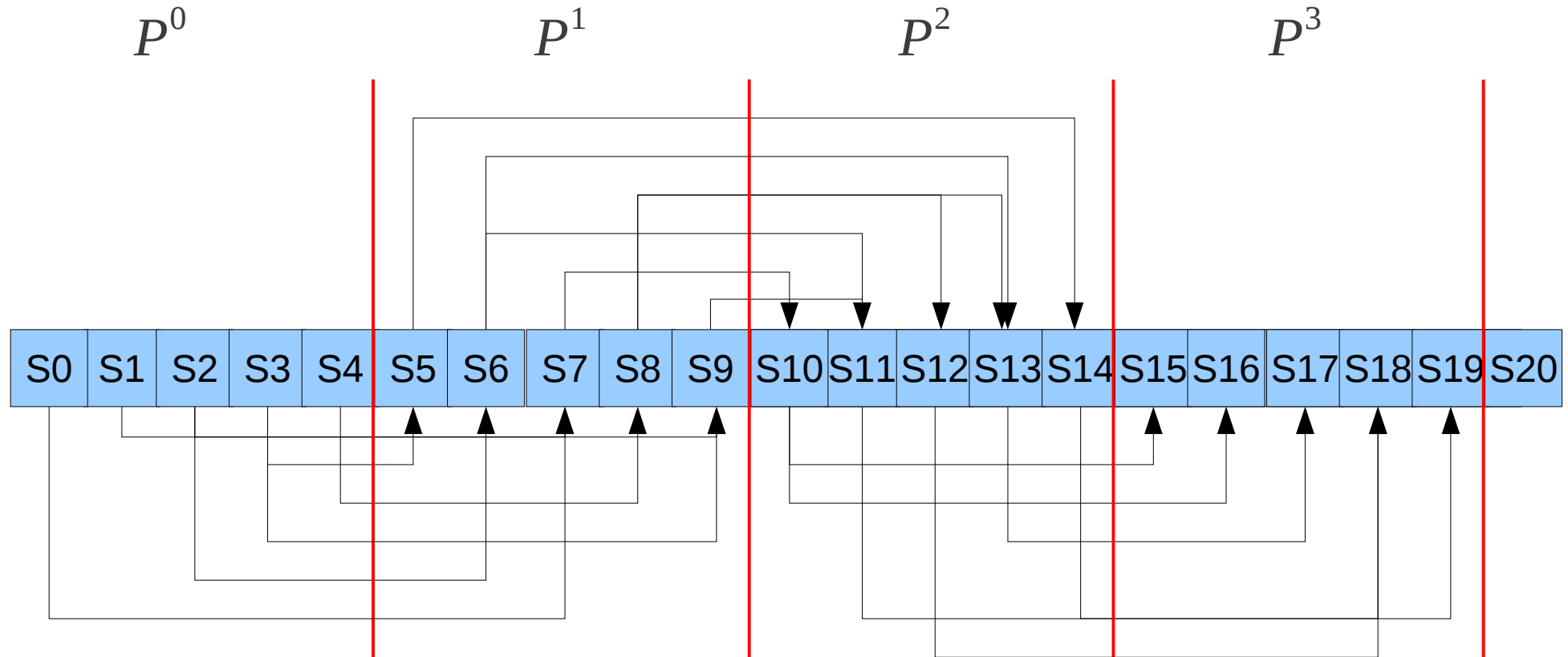


Zawsze jeden punkt jest wynikiem mutacji dokładnie jednego punktu

Algorytm ewolucyjny sposób przetwarzania punktów

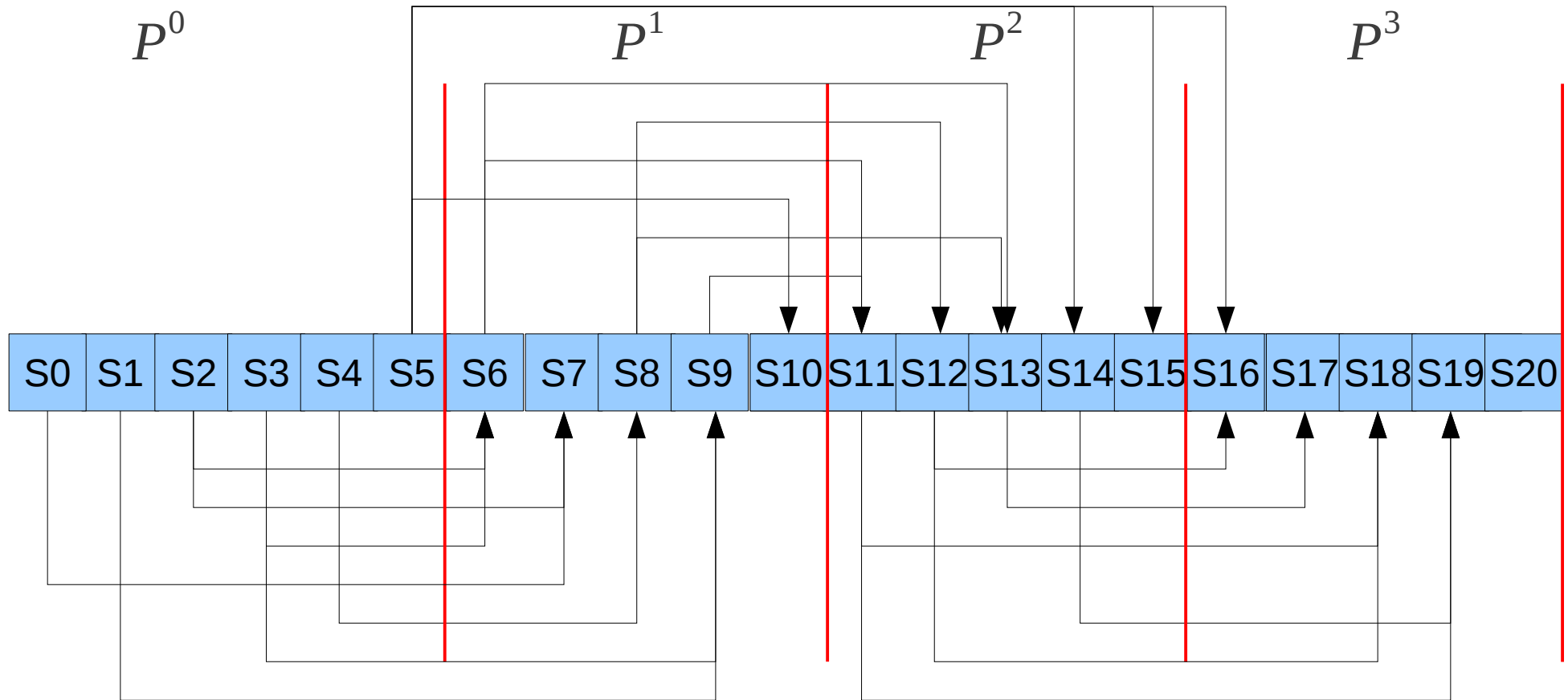


Algorytm ewolucyjny z krzyżowaniem



Na wartość jednego punktu wpływać może więcej niż jeden, np. punkt s_{11} jest wynikiem krzyżowania punktów s_6 i s_9

Algorytm ewolucyjny z krzyżowaniem i elitą



Punkt w elicie (tu: punkt s_5) może trwać przez wiele pokoleń wносить wkład do powstawania nowych punktów w przykładzie są nimi punkty $s_{10}, s_{12}, s_{14}, s_{15}, s_{16}$

Algorytm ewolucyjny

algorytm ewolucyjny

inicjuj $P^0 \leftarrow \{P_1^0, P_2^0 \dots P_\mu^0\}$

$t \leftarrow 0$

$H \leftarrow P^0$

while ! stop

$R^t \leftarrow \text{reprodukcja}(P^t)$

$C^t \leftarrow \text{krzyżowanie}(R^t, p_c)$

$O^t \leftarrow \text{mutacja}(C^t)$

$H \leftarrow H \cup O^t$

$P^{t+1} \leftarrow \text{sukcesja}(P^t, O^t)$

$t \leftarrow t + 1$

W zasadzie, w tym zapisie
p-stwo krzyżowania
powinno być
parametrem reprodukcji

a jest zmienną losową
rozłożoną jednostajnie w (0,1)

Algorytm ewolucyjny

algorytm ewolucyjny

inicjuj $P^0 \leftarrow \{P_1^0, P_2^0 \dots P_\mu^0\}$

$t \leftarrow 0$

$H \leftarrow P^0$

***while** ! stop*

$\chi \leftarrow \text{maska krzyżowania} (p_c)$

$R^t \leftarrow \text{reprodukcja} (P^t, \chi)$

$C^t \leftarrow \text{krzyżowanie} (R^t, \chi)$

$O^t \leftarrow \text{mutacja} (C^t)$

$H \leftarrow H \cup O^t$

$P^{t+1} \leftarrow \text{sukcesja} (P^t, O^t)$

$t \leftarrow t + 1$

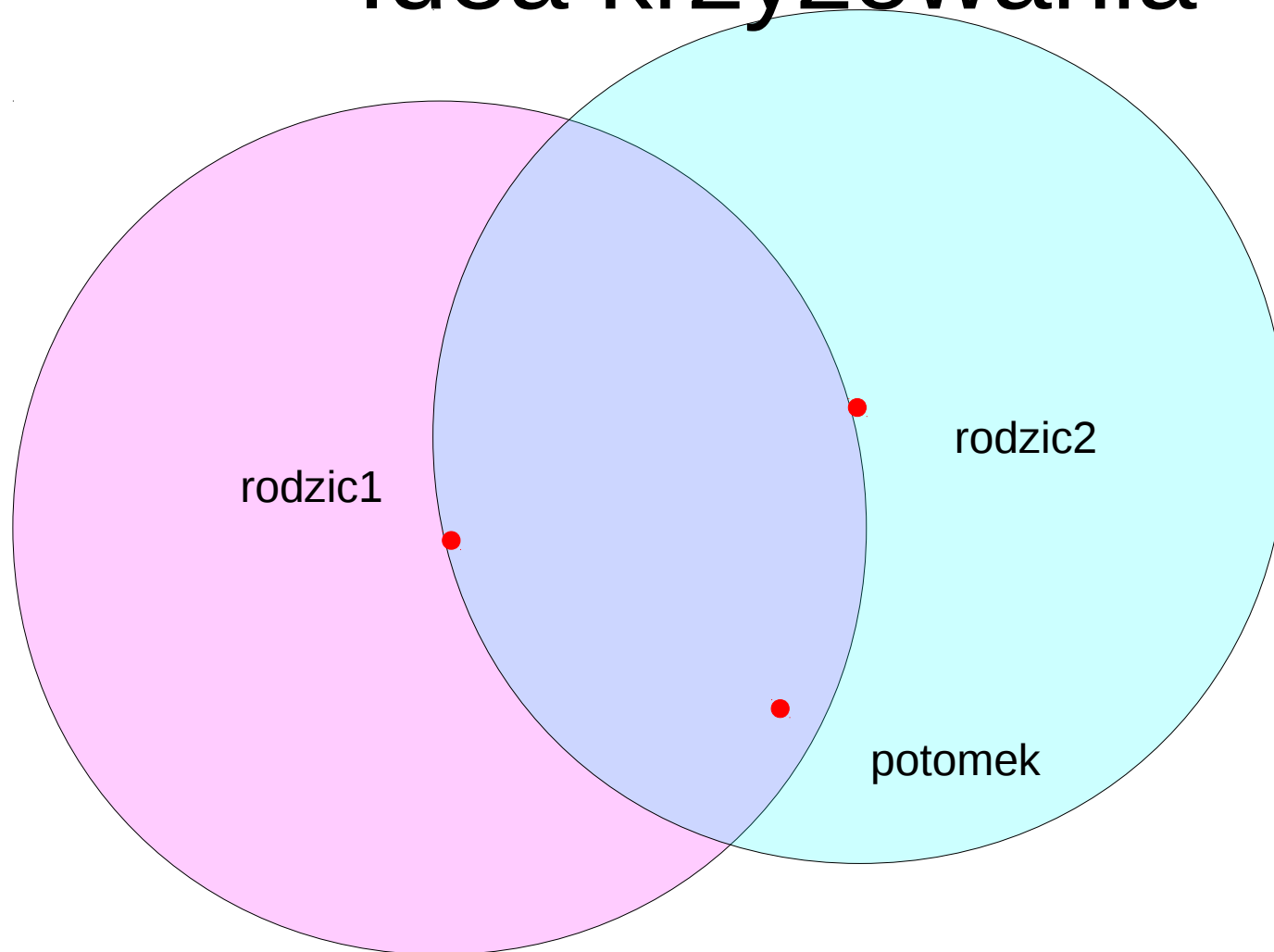
Maska krzyżowania zawiera zera i jedynki, które opisują, czy punkt potomny jest mutantem jednego rodzica, czy produktu krzyżowania rodziców

a jest zmienną losową rozłożoną jednostajnie w $(0,1)$

Algorytm ewolucyjny

- selekcja (reprodukcja, *selection*)
wybrać lepsze punkty z P^t z większym prawdopodobieństwem niż gorsze
- krzyżowanie (*crossover*)
wygenerować punkt “pośredni”, typowo $k=2$
- mutacja (*mutation*)
wygenerować punkt z otoczenia
- sukcesja (zastępowanie, *replacement*)
zdecydować o populacji do następnej generacji

Idea krzyżowania



$$y = \text{krzyżowanie}(x_1, x_2)$$
$$d(y, x_1), d(y, x_2) \leq d(x_1, x_2)$$

Relacje krzyżowania i mutacji

- Typowo mutacja jest wykonywana na produktach krzyżowania
- Niektórzy stosują krzyżowanie i mutację w sposób wzajemnie wykluczający
- Uwaga – proszę nie pomylić pojęć:
 - p-stwo mutacji – parametr mutacji binarnej
 - p-stwo krzyżowania – parametr algorytmu ewolucyjnego

Krzyżowanie jako operator liniowy

- Ogólny zapis metody krzyżowania

$$y = w \cdot x_1 + (1 - w) \cdot x_2$$

gdzie $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = c$, $c_i = a_i b_i$

- **jednopunktowe** $w = [0, \dots, 0, 1, \dots, 1]$
zmiana 0- \rightarrow 1 w losowo wybranym miejscu
- **równomierne** $w = [0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, \dots]$
p-stwo zera i jedynki jednakowe
- **Arytmetyczne** $w = [0.1, 0.25, 0.99, 0.3, 0.01, \dots]$
ważone uśrednianie z losowymi współczynnikami

Krzyżowanie uśredniające

0.0759	0.062	-1.893	0.053
--------	-------	--------	-------

Rodzic 1

0.497	0.934	0.039	0.285
-------	-------	-------	-------

wagi

0.328	0.631	-0.299	0.194
-------	-------	--------	-------

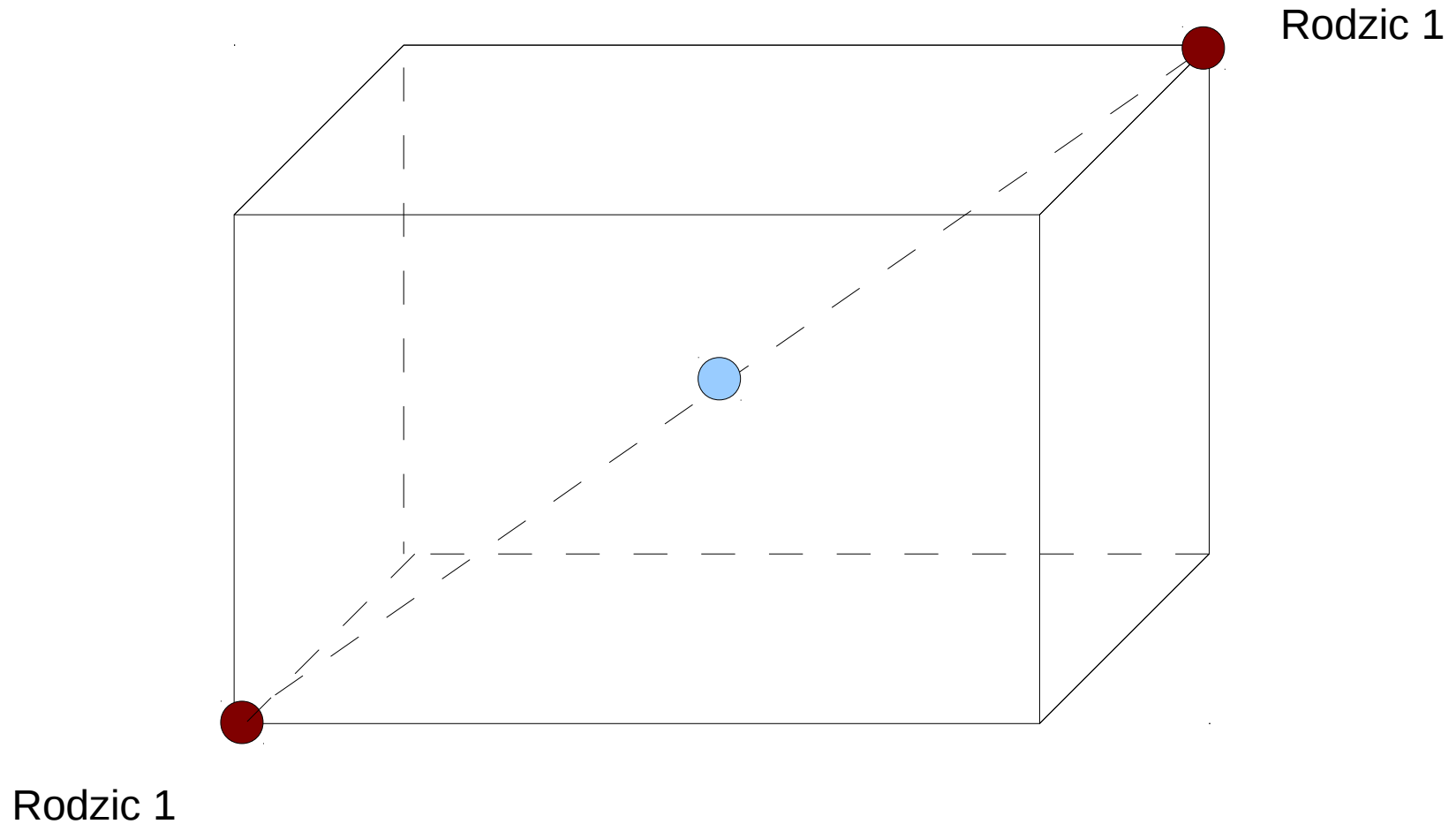
Rodzic 2

0.203	0.099	-0.361	0.154
-------	-------	--------	-------

Potomek

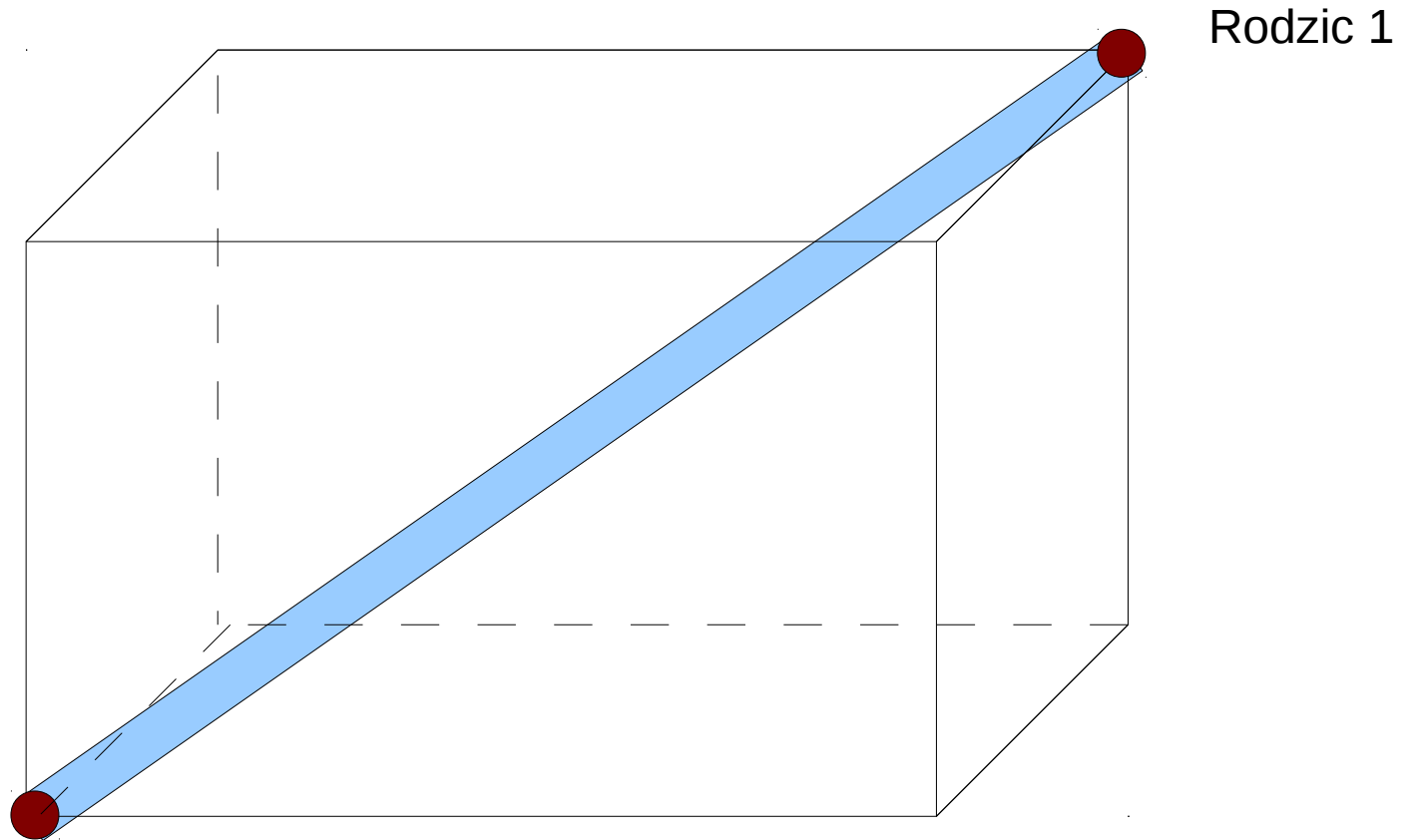
Krzyżowanie uśredniające

0.5	0.5	0.5	0.5
-----	-----	-----	-----



Krzyżowanie uśredniające

0.285	0.285	0.285	0.285
-------	-------	-------	-------

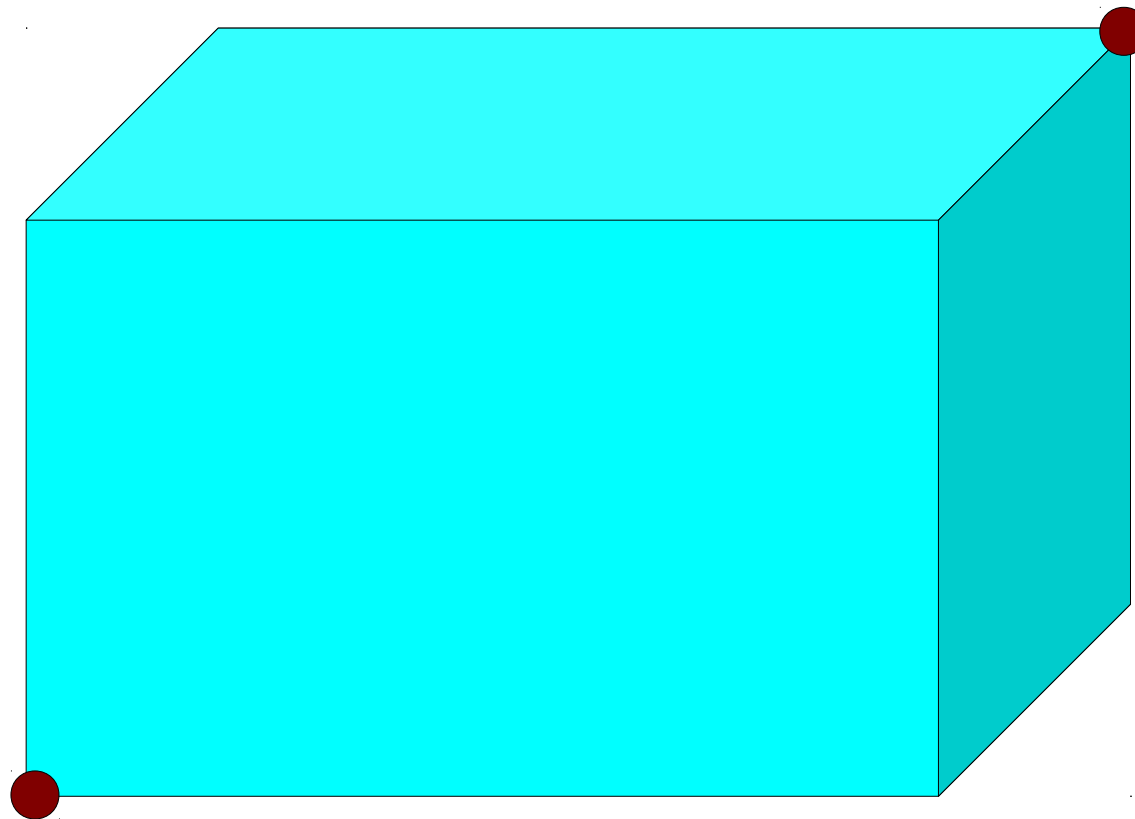


Rodzic 1

Rodzic 1

Krzyżowanie uśredniające

0.497	0.934	0.039	0.285
-------	-------	-------	-------



Rodzic 1

Rodzic 1

Krzyżowanie jednopunktowe

0.0759	0.062	-1.893	0.053
--------	-------	--------	-------

Rodzic 1

1	1	1	0
---	---	---	---

wagi

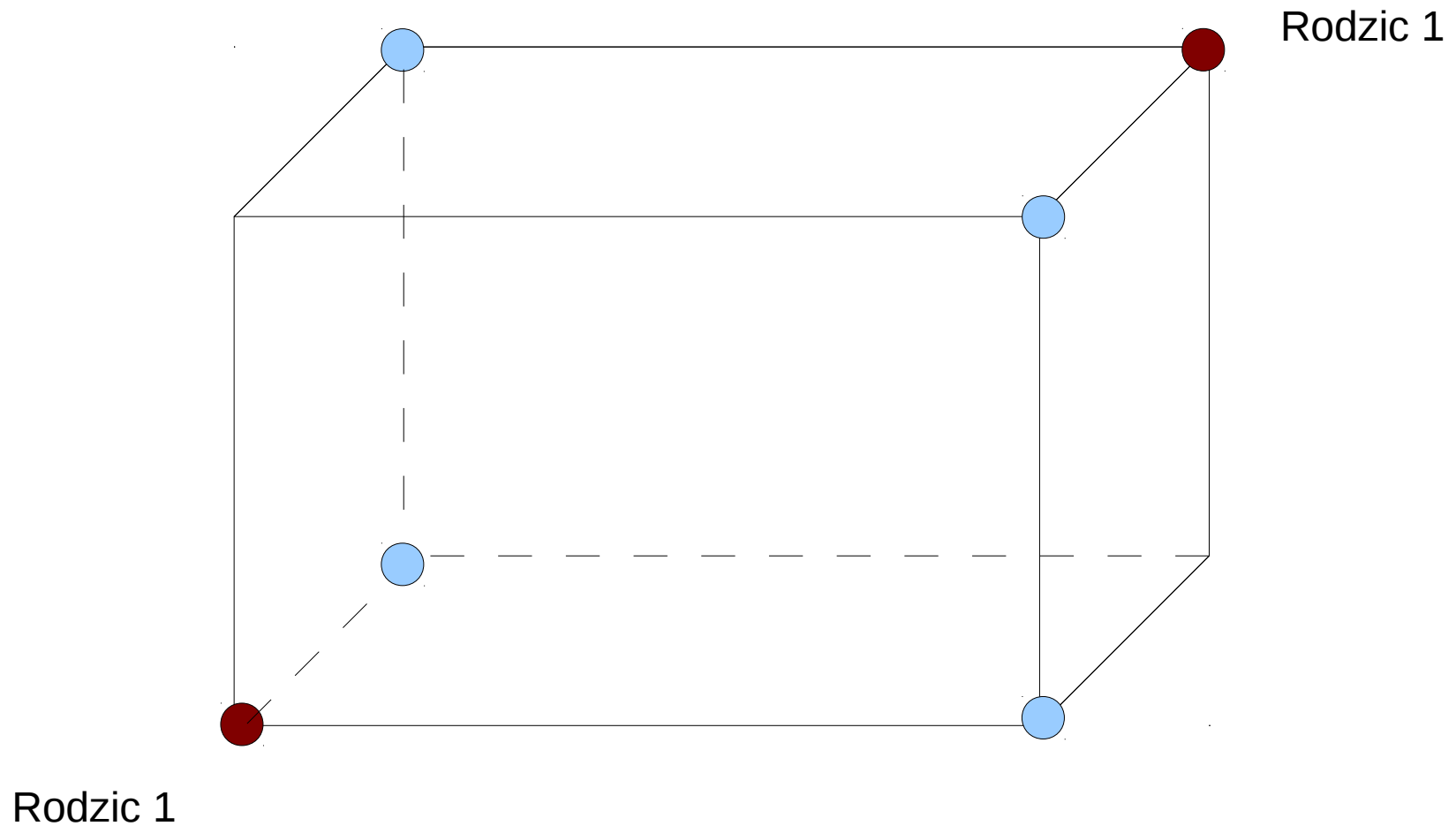
0.328	0.631	-0.299	0.194
-------	-------	--------	-------

Rodzic 2

0.328	0.631	-0.299	0.053
-------	-------	--------	-------

Potomek

Krzyżowanie jednopunktowe



Krzyżowanie równomierne

0.0759	0.062	-1.893	0.053
--------	-------	--------	-------

Rodzic 1

0	1	1	0
---	---	---	---

wagi

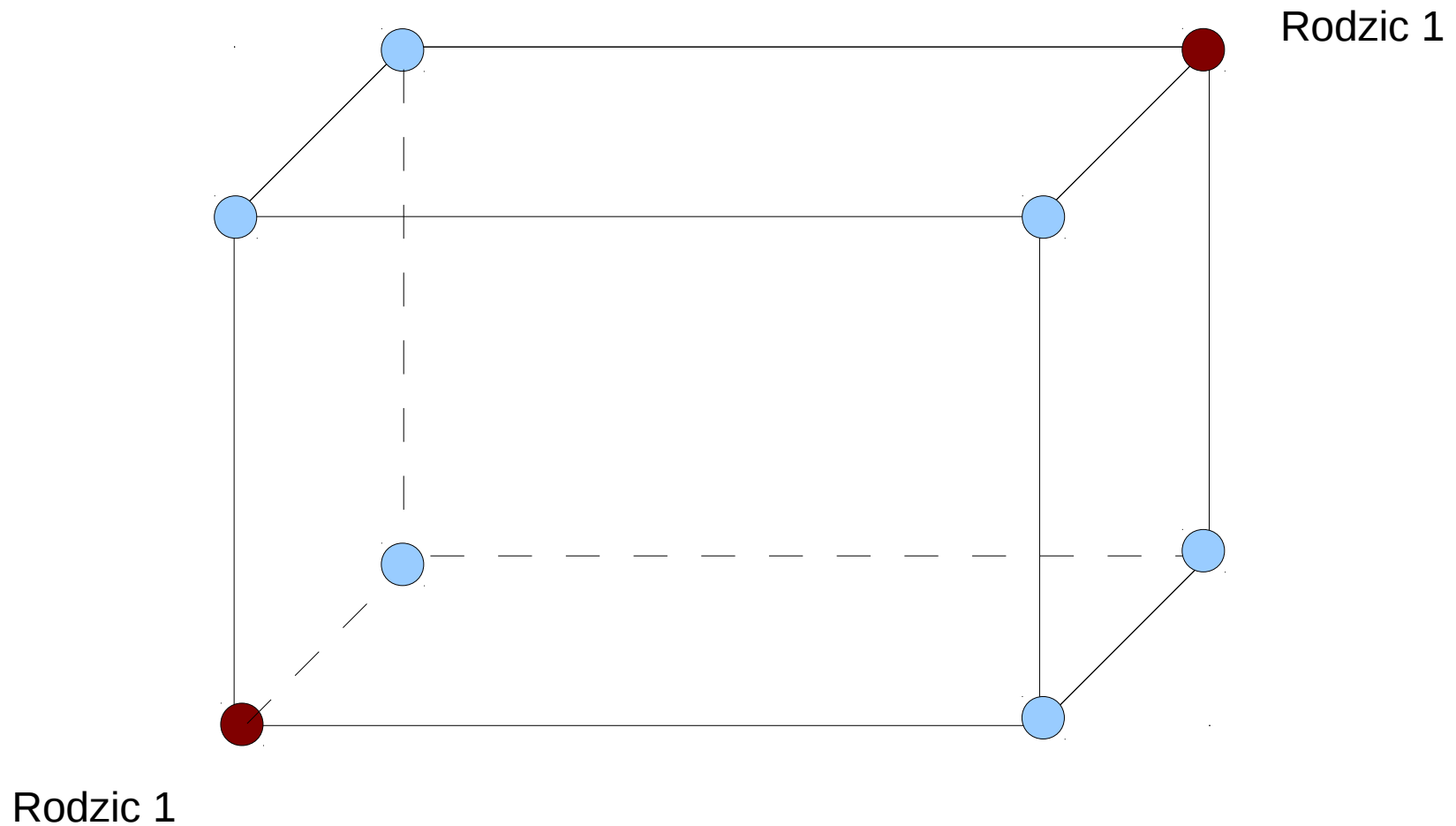
0.328	0.631	-0.299	0.194
-------	-------	--------	-------

Rodzic 2

0.0759	0.631	-0.299	0.053
--------	-------	--------	-------

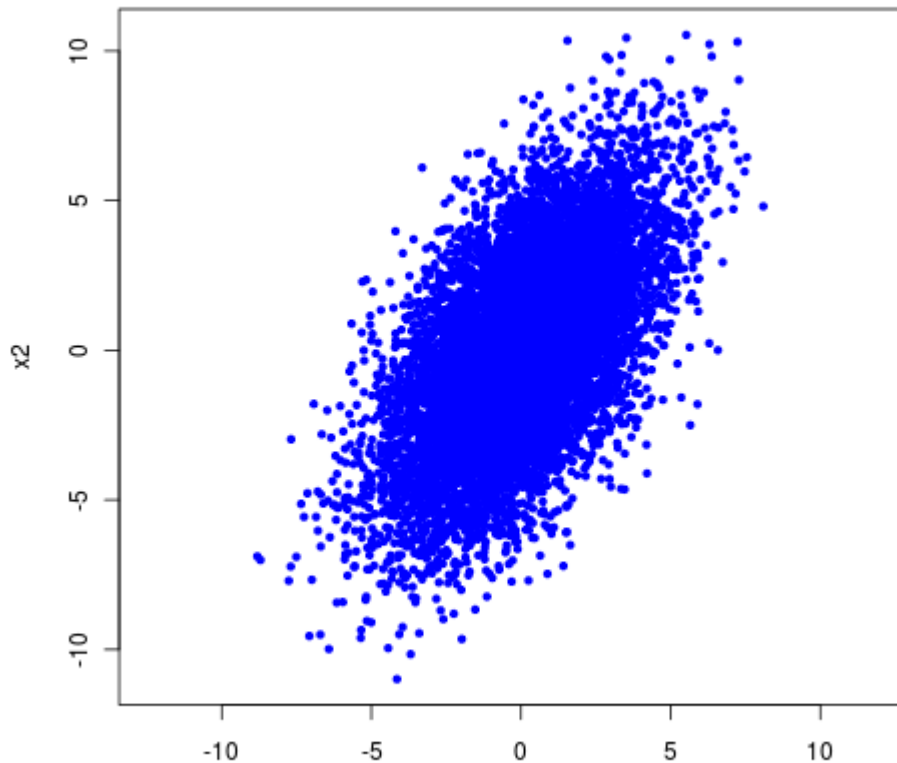
Potomek

Krzyżowanie równomierne

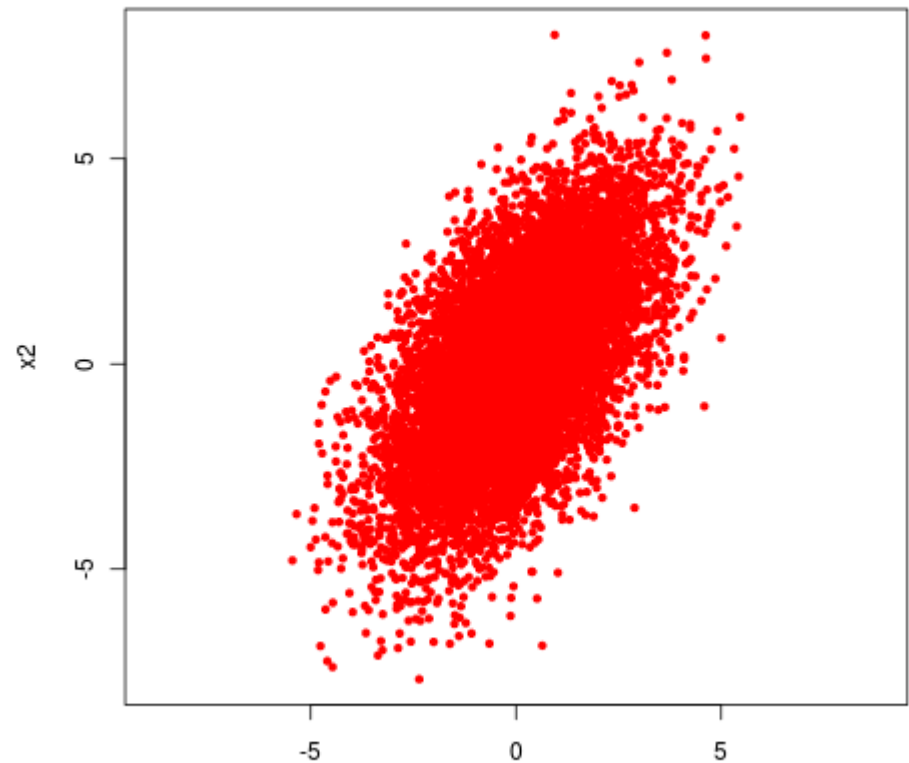


Krzyżowanie uśredniające

- Proporcjonalna redukcja macierzy kowariancji
- Zwiększenie różnorodności

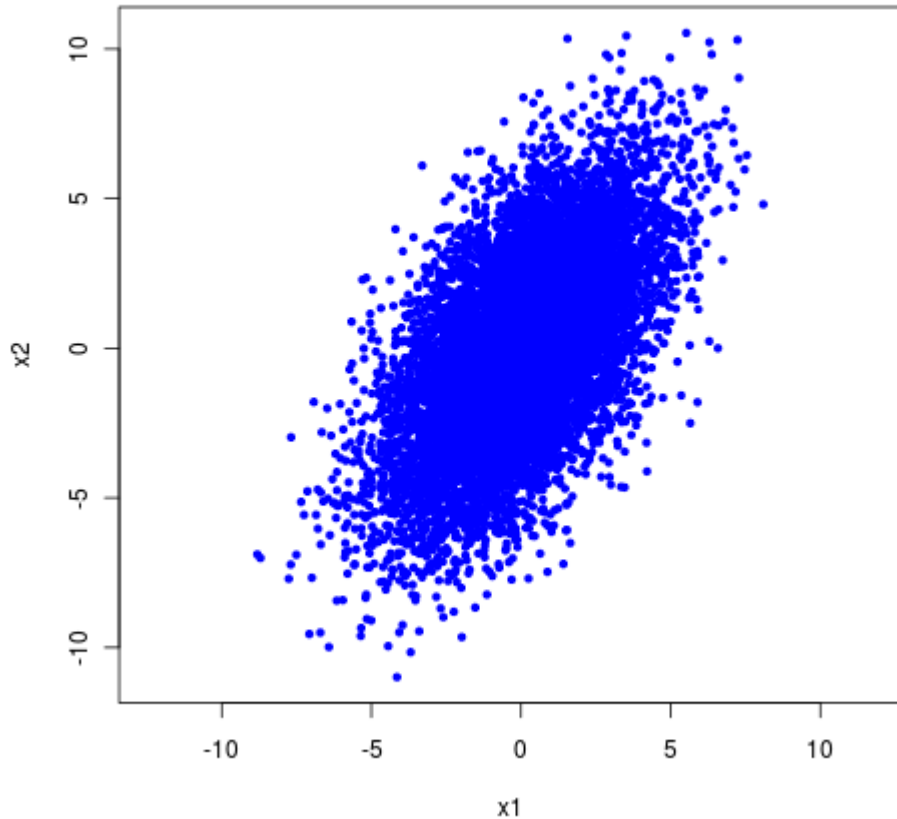


przed krzyżowaniem



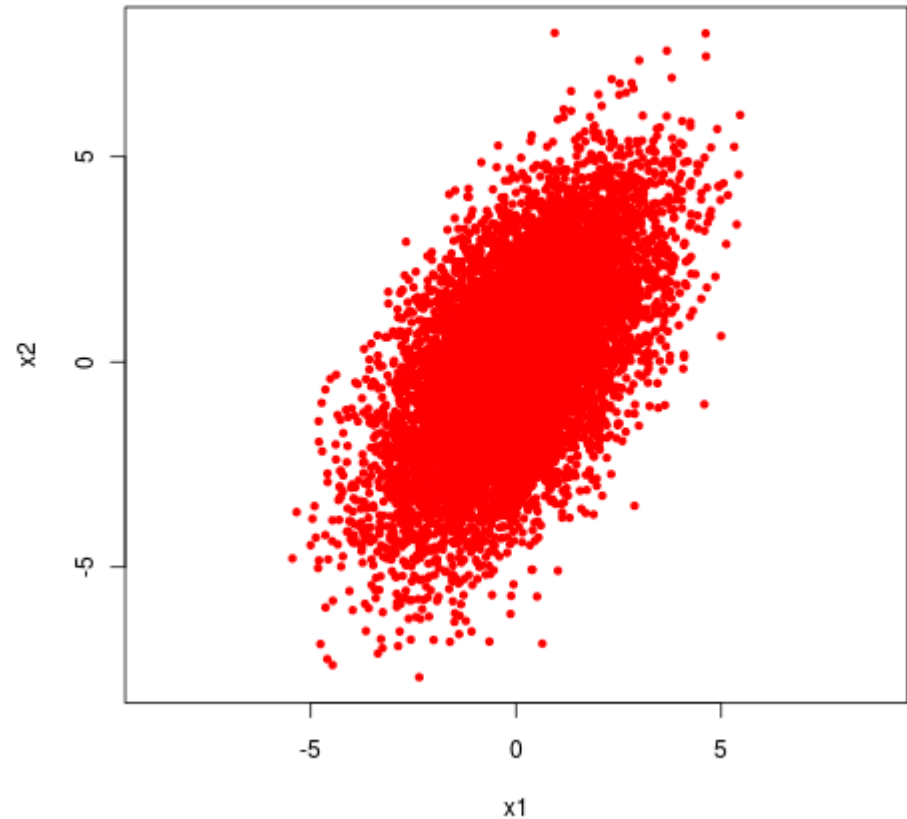
po krzyżowaniu

Krzyżowanie uśredniające



macierz
kowariancji $\begin{bmatrix} 4.96 & 3.97 \\ 3.97 & 9.10 \end{bmatrix}$

średnia odległość
punktów od środka: 3.23

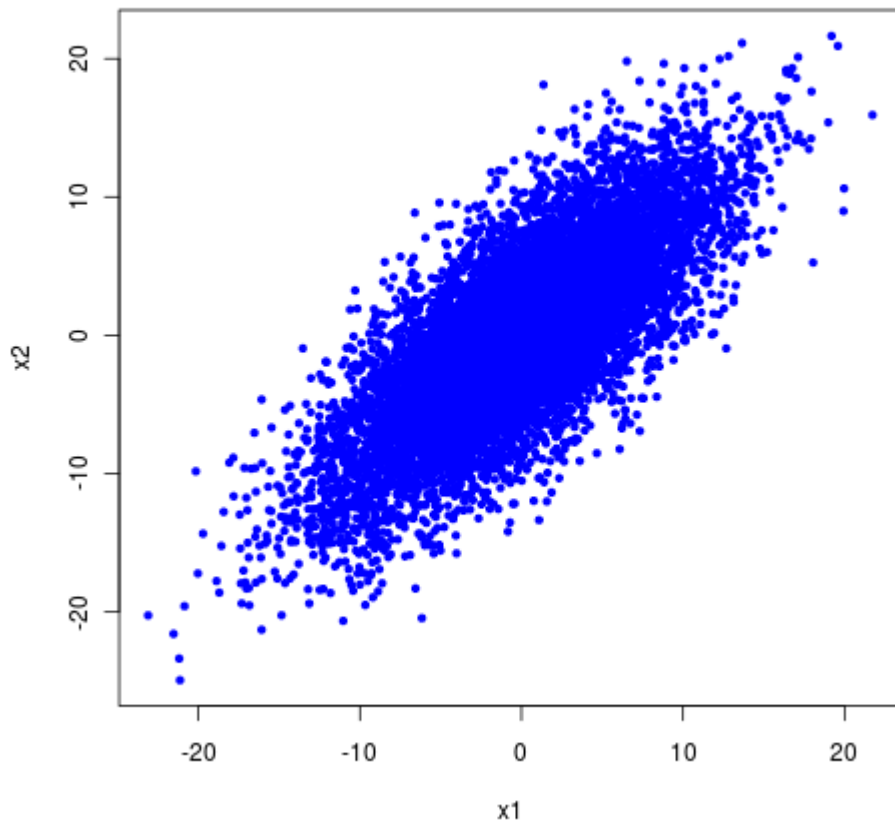


$\begin{bmatrix} 2.46 & 1.97 \\ 1.97 & 4.52 \end{bmatrix}$

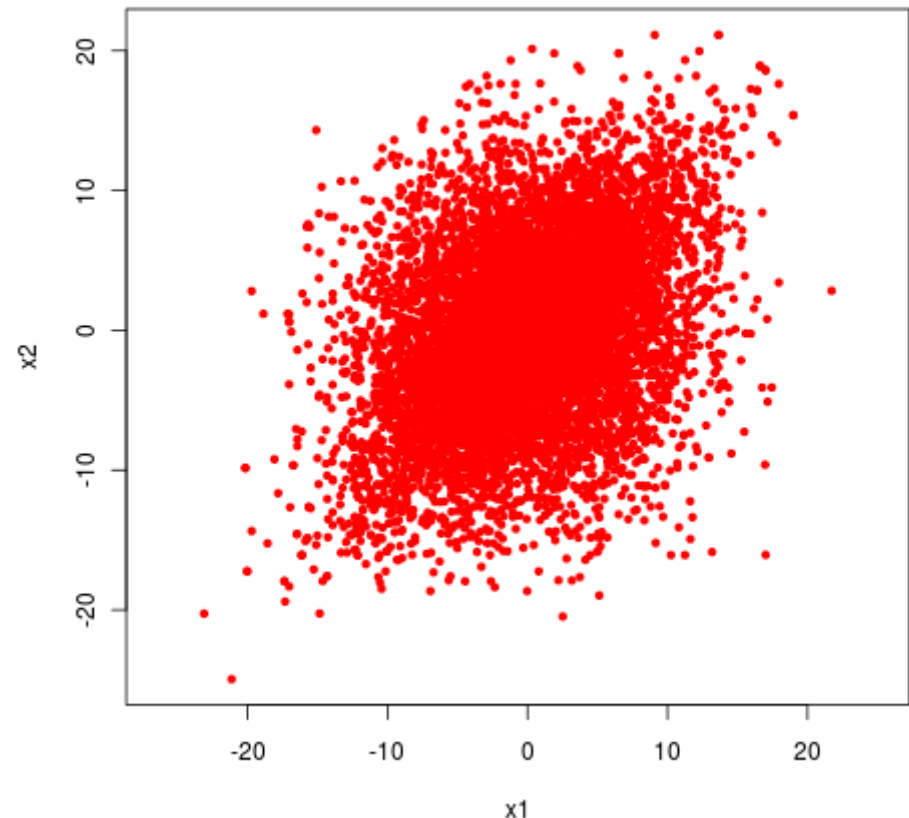
2.27

Krzyżowanie wymieniające

- Częściowa diagonalizacja macierzy kowariancji
- Może skutkować zwiększeniem różnorodności

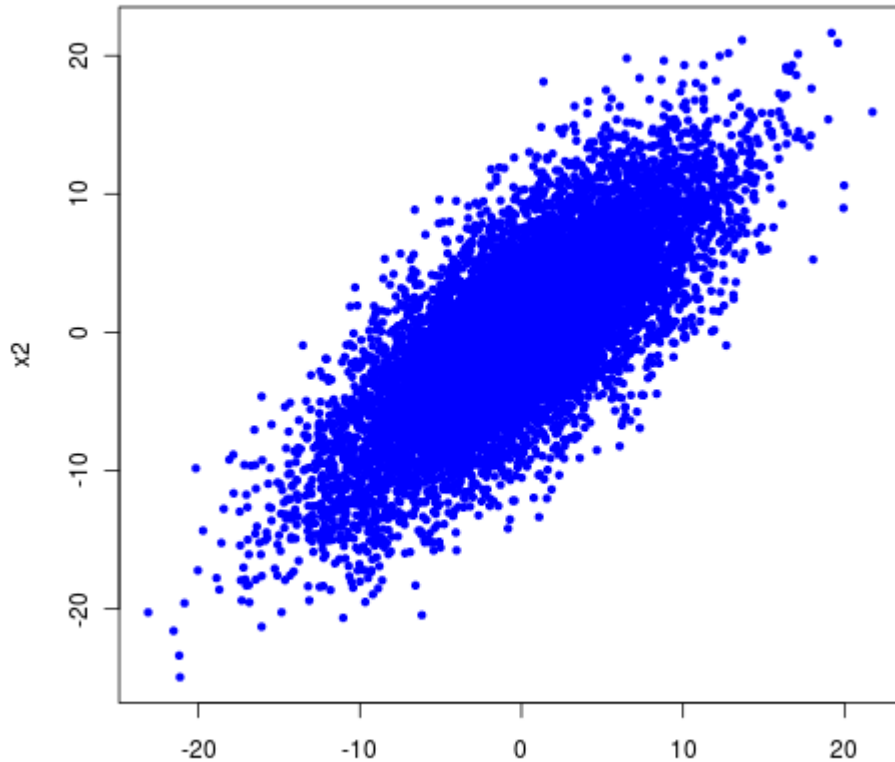


przed krzyżowaniem



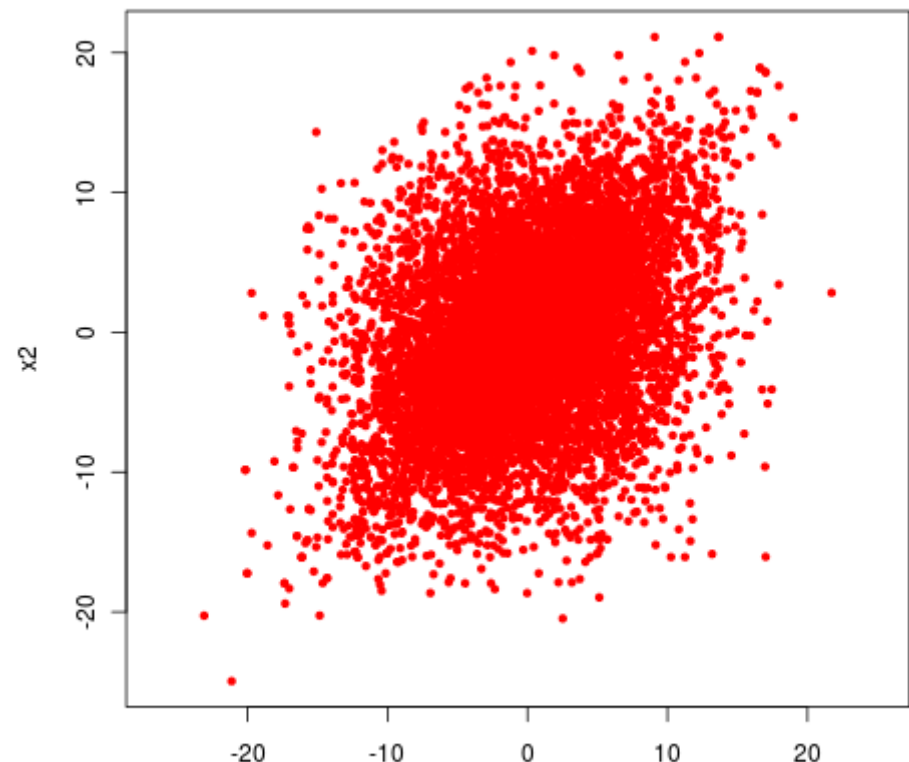
po krzyżowaniu

Krzyżowanie wymieniające



x1

macierz
kowariancji $\begin{bmatrix} 33.75 & 27.76 \\ 27.76 & 39.67 \end{bmatrix}$



x2

x1

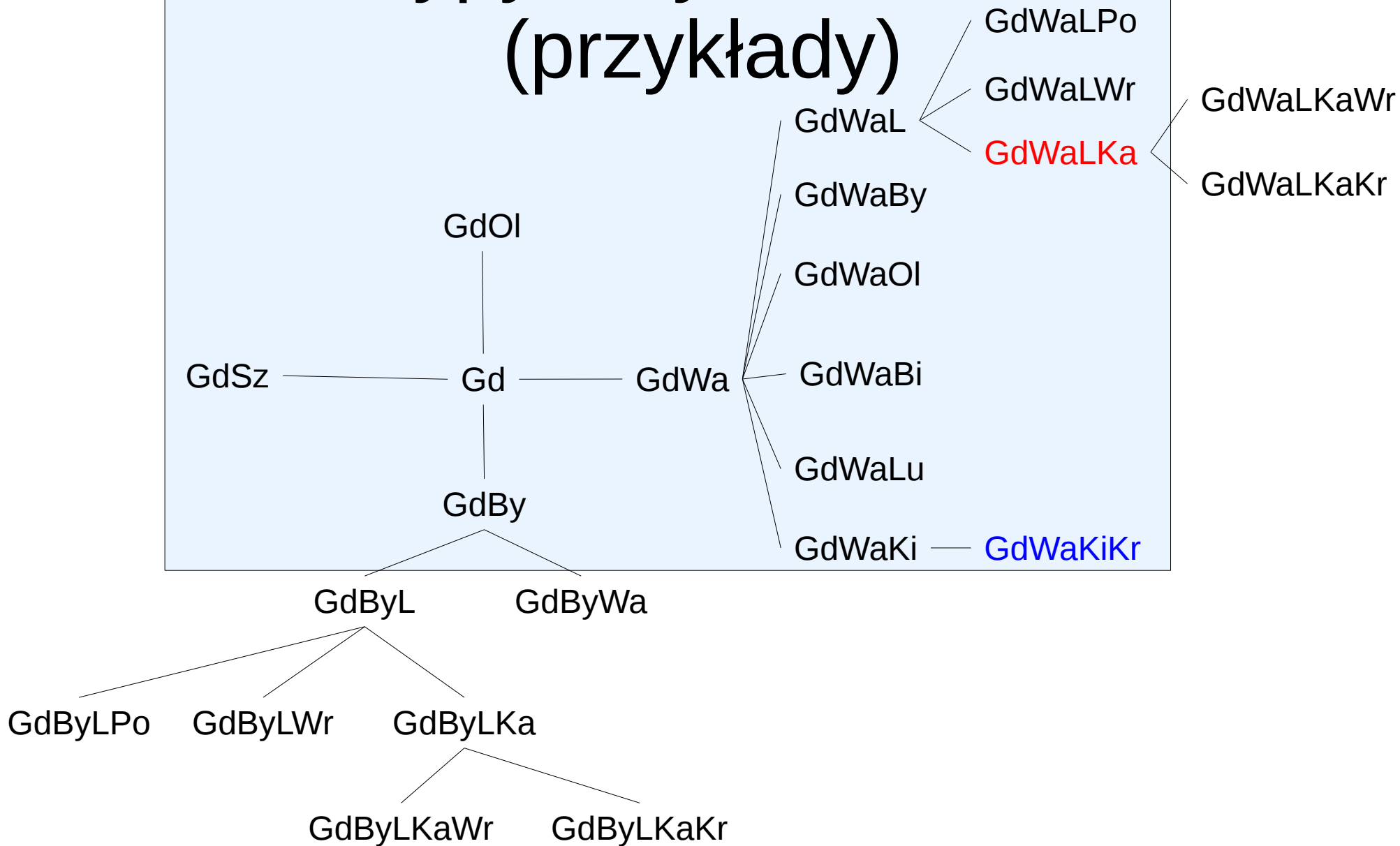
$\begin{bmatrix} 33.19 & 14.33 \\ 14.33 & 39.95 \end{bmatrix}$

średnia odległość
punktów od środka:

7.26

7.41

Typy krzyżowania (przykłady)



Krzyżowanie wieloosobnicze

- W naturze krzyżuje się materiał genetyczny dwojga rodziców
- W algorytmie ewolucyjnym nie musimy się tego trzymać jako dogmatu
- Krzyżowanie wieloosobnicze w przestrzeni liniowej (por. Eiben) jest uogólnieniem pojęcia ważonej średniej

$$y = \sum_{j=1}^k w_j \cdot x_j$$

gdzie $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = c$, $c_i = a_i b_i$

oraz $\sum_{j=1}^k w_j = 1$

Krzyżowanie “rozszerzające”

- Znane są schematy krzyżowania w przestrzeni liniowej które nie spełniają warunku położenia potomka “pomiędzy” rodzicami

$$y = w \cdot x_1 + (1 - w) \cdot x_2$$

$$\text{gdzie } \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{c}, \quad c_i = a_i b_i$$

$$\text{oraz } -b \leq w_i \leq 1 + b, \quad b > 0$$

- Taki schemat można interpretować jako złożenie krzyżowania i mutacji

Typy sukcesji

- generacyjne

$$\mathbf{P}(t+1) = \mathbf{O}(t)$$

- elitarne

$$\mathbf{P}(t+1) = \{k \text{ najlepszych z } \mathbf{P}(t)\} \cup \mathbf{O}(t)$$

- steady-state

$$\lambda = 1$$

$$\mathbf{P}(t+1) = \mathbf{P}(t) \setminus \{P(t, b)\} \cup \mathbf{O}(t)$$

Wybrane “dzikie rasy” algorytmów ewolucyjnych

- *Genetic Algorithm* – algorytm genetyczny (Holland, Goldberg)
- *Evolution Strategy* – strategia ewolucyjna (Schwefel, Rechenberg)
- *Genetic Programming* – Programowanie genetyczne (Koza)
- *Steady-state GA/EA* – AE w stanie ustalonym
- *Evolutionary Programming* – programowanie ewolucyjne (L.Fogel, D.Fogel)
- *Evolution Programs* – programy ewolucji (Michalewicz)
- *Evolutionary Search with Soft Selection* – poszukiwania z miękką selekcją (Galar)

Algorytm genetyczny

- Selekcja proporcjonalna
- Sukcesja generacyjna lub elitarna
- Reprezentacja binarna
- Krzyżowanie jednopunktowe, mutacja bitowa
- Populacje około 100 elementów, p-stwo mutacji około 0.01, p-stwo krzyżowania około 0.7

Strategia ewolucyjna

- Selekcja progowa
- Sukcesja elitarna lub generacyjna
- Reprezentacja rzeczywistoliczbowa
- Krzyżowania brak lub uśredniające,
- Mutacja gaussowska, z adaptacją
- Populacje około 100 elementów, próg około 1/7

Programowanie ewolucyjne

- Selekcja turniejowa
- Sukcesja elitarna lub generacyjna
- Reprezentacja rzeczywistoliczbowa
- Krzyżowania brak,
- Mutacja gaussowska, z adaptacją
- Populacje około 100 elementów, turniej binarny

Programowanie genetyczne

- Selekcja turniejowa
- Sukcesja elitarna
- Reprezentacja drzewiasta
- Krzyżowanie i mutacja w przestrzeni drzew, wielowariantowe
- Główny nacisk na krzyżowanie, mutacja niekiedy zaniedbywana
- Populacje jak największe, chętnie >10000 elementów

Steady state GA

- Selekcja proporcjonalna
- Sukcesja steady state – generowany jest tylko jeden punkt potomny
- Reprezentacja binarna
- Krzyżowanie równomierne,
- Mutacja binarna
- Populacje około 100 elementów

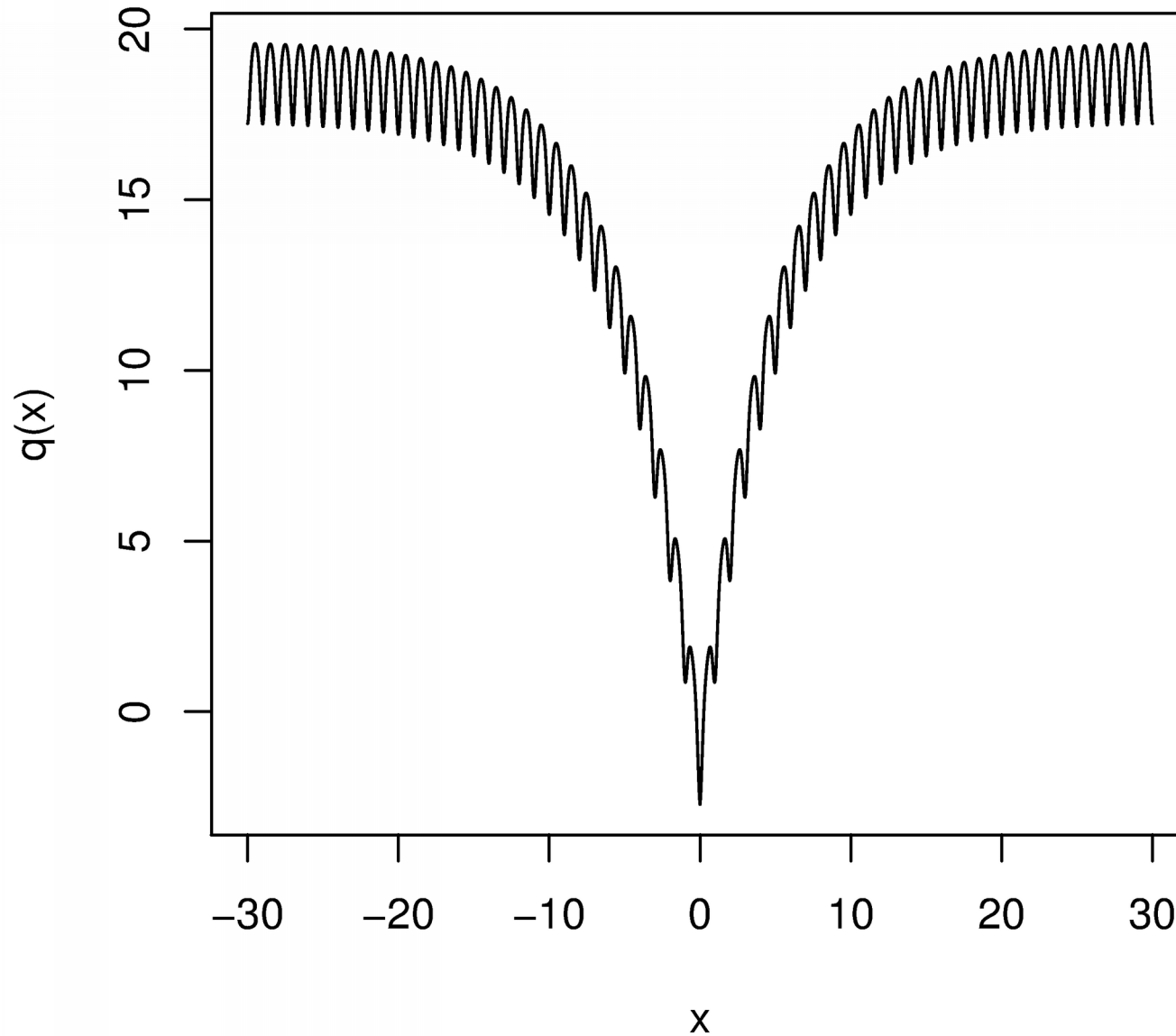
Programy ewolucji

- Selekcja dowolna
- Sukcesja dowolna
- Reprezentacja niestandardowa
- Krzyżowanie specjalizowane,
- Mutacja specjalizowana
- Uwzględnianie ograniczeń dziedzinowych
- Populacje około 100 elementów

Poszukiwania z mięką selekcją

- Selekcja proporcjonalna
- Sukcesja generacyjna
- Reprezentacja rzeczywistoliczbowa
- Krzyżowanie uśredniające,
- Mutacja gaussowska
- Populacje małe (nawet 5 elementów)
- Model teoretyczny, modelowanie procesu przekraczania siodeł

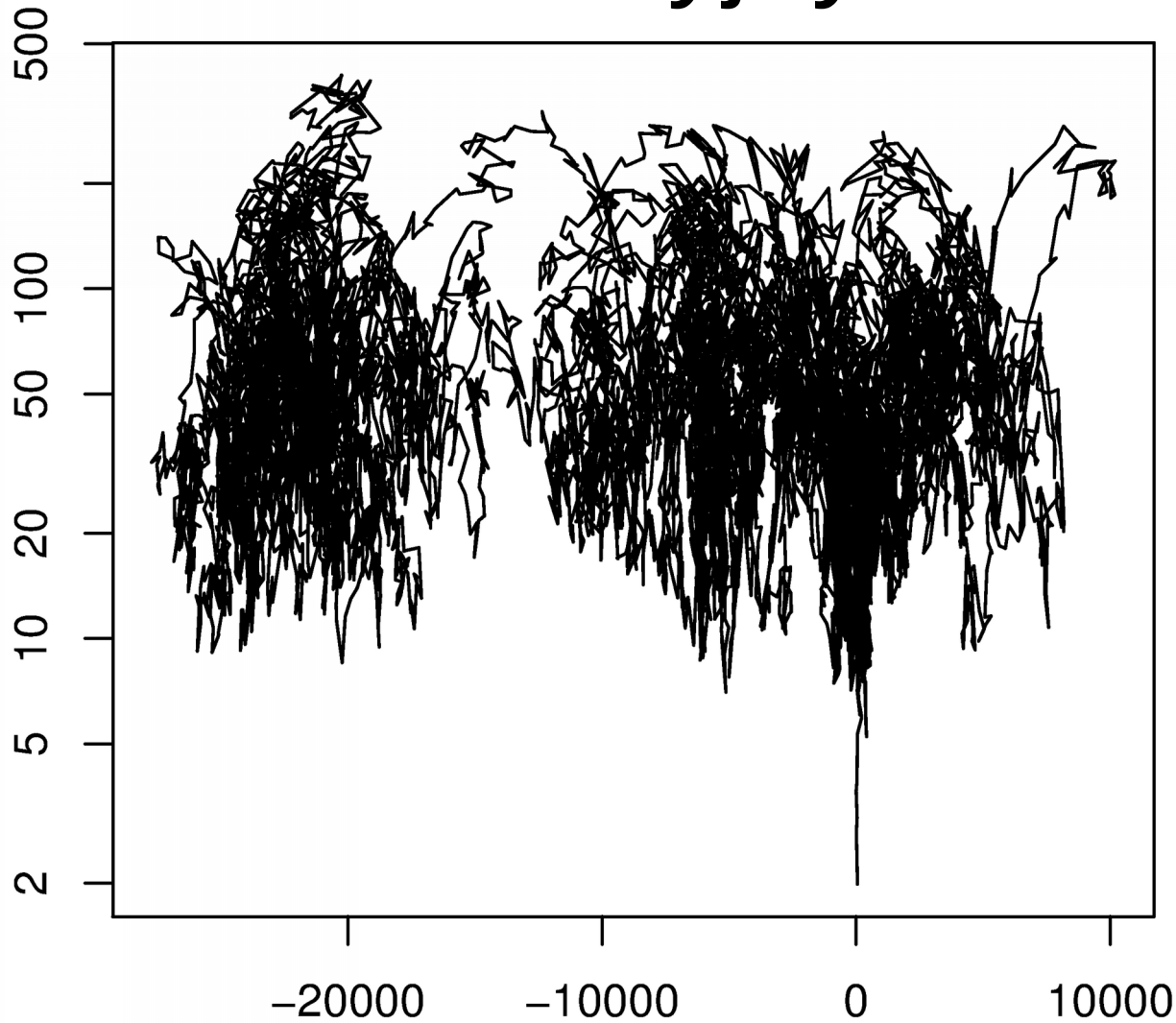
Funkcja Ackleya



Od genealogii do różnorodności – mutacyjny AE

Wariancja położenia punktów populacji
podzielona przez wariancję mutacji

$s^2[P^t]$



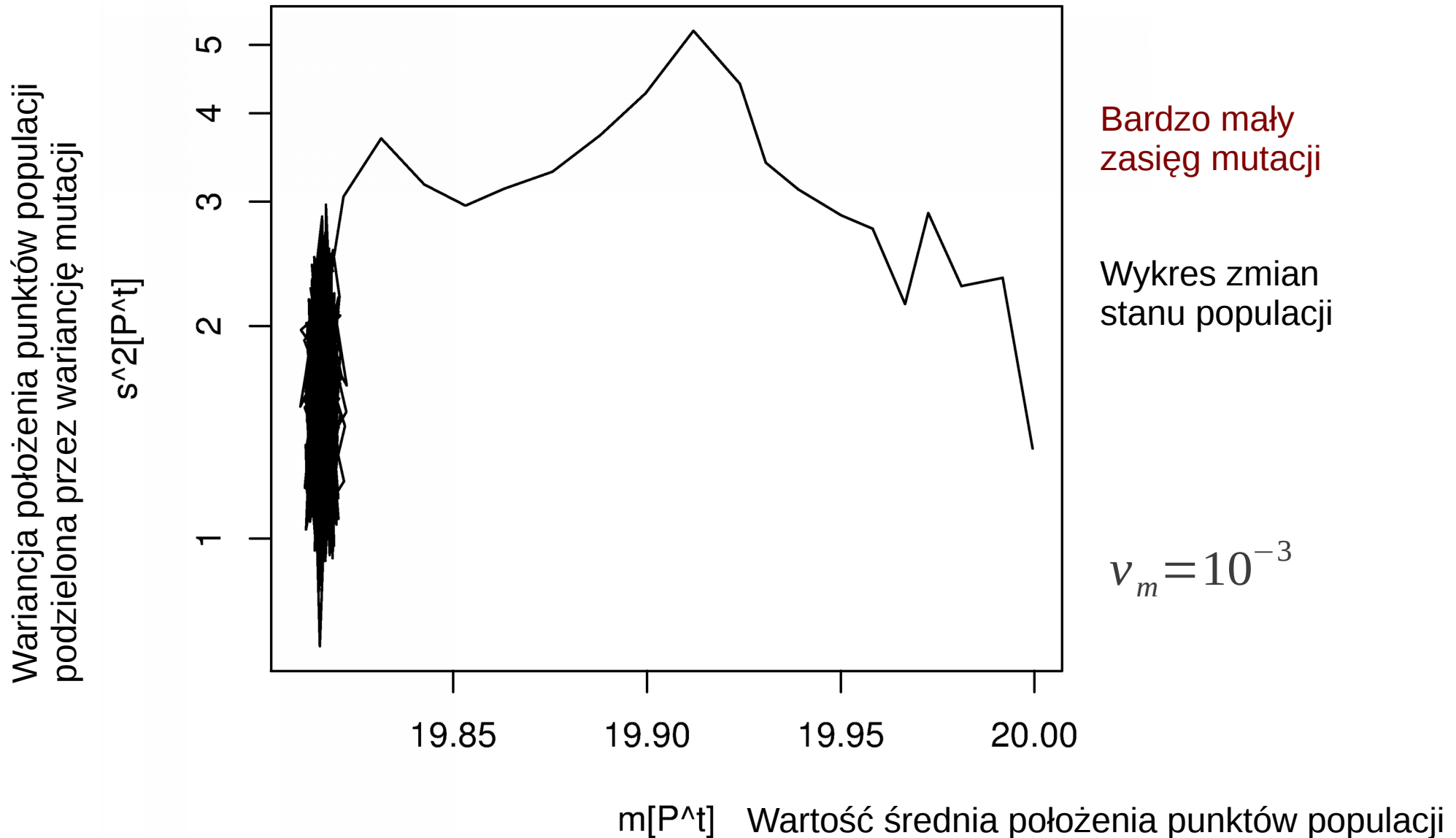
duży
zasięg mutacji

Wykres zmian
stanu populacji

$$v_m = 10^6$$

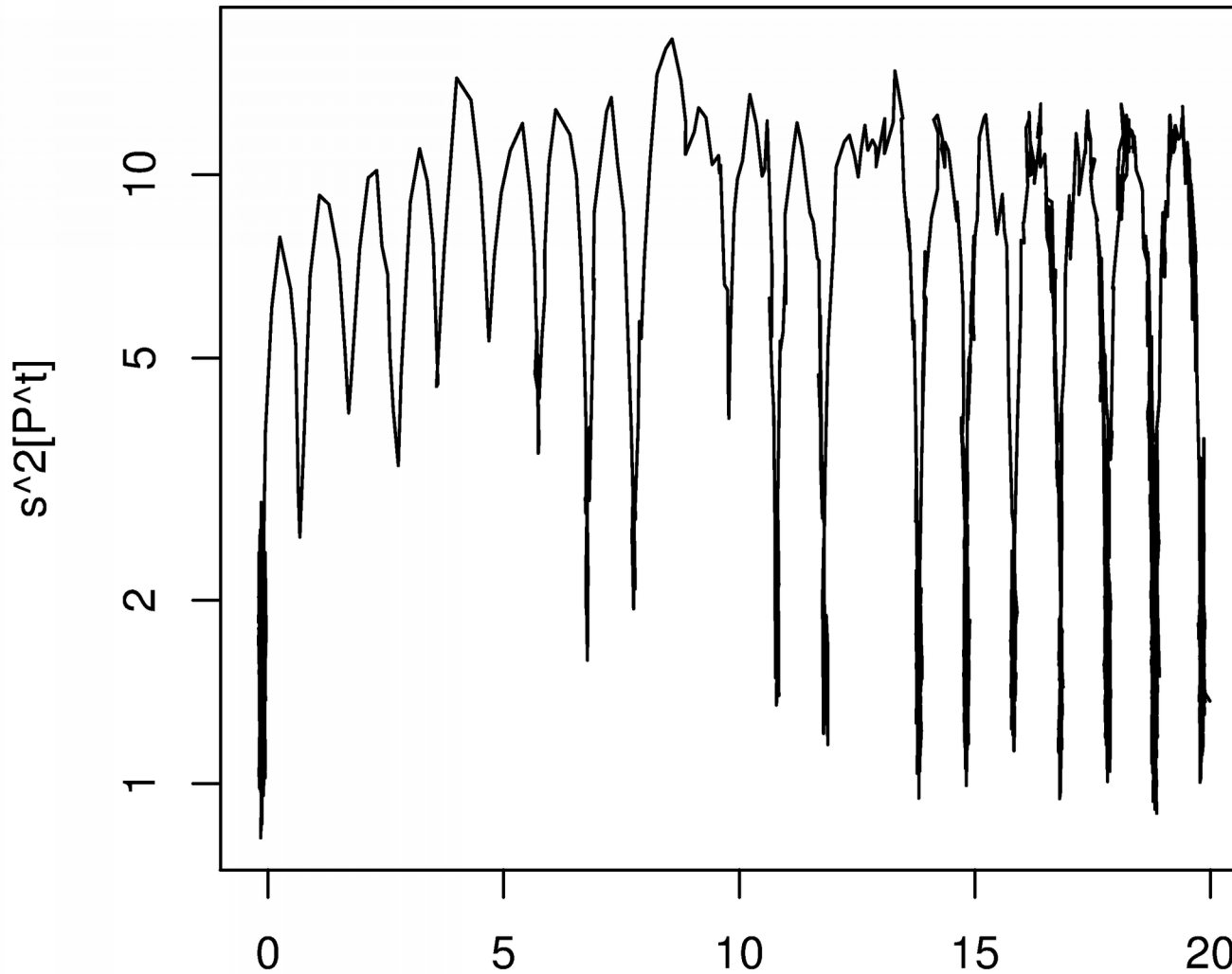
$m[P^t]$ Wartość średnia położenia punktów populacji

Od genealogii do różnorodności – mutacyjny AE



Od genealogii do różnorodności – mutacyjny AE

Wariancja położenia punktów populacji
podzielona przez wariancję mutacji



Średni
zasięg mutacji

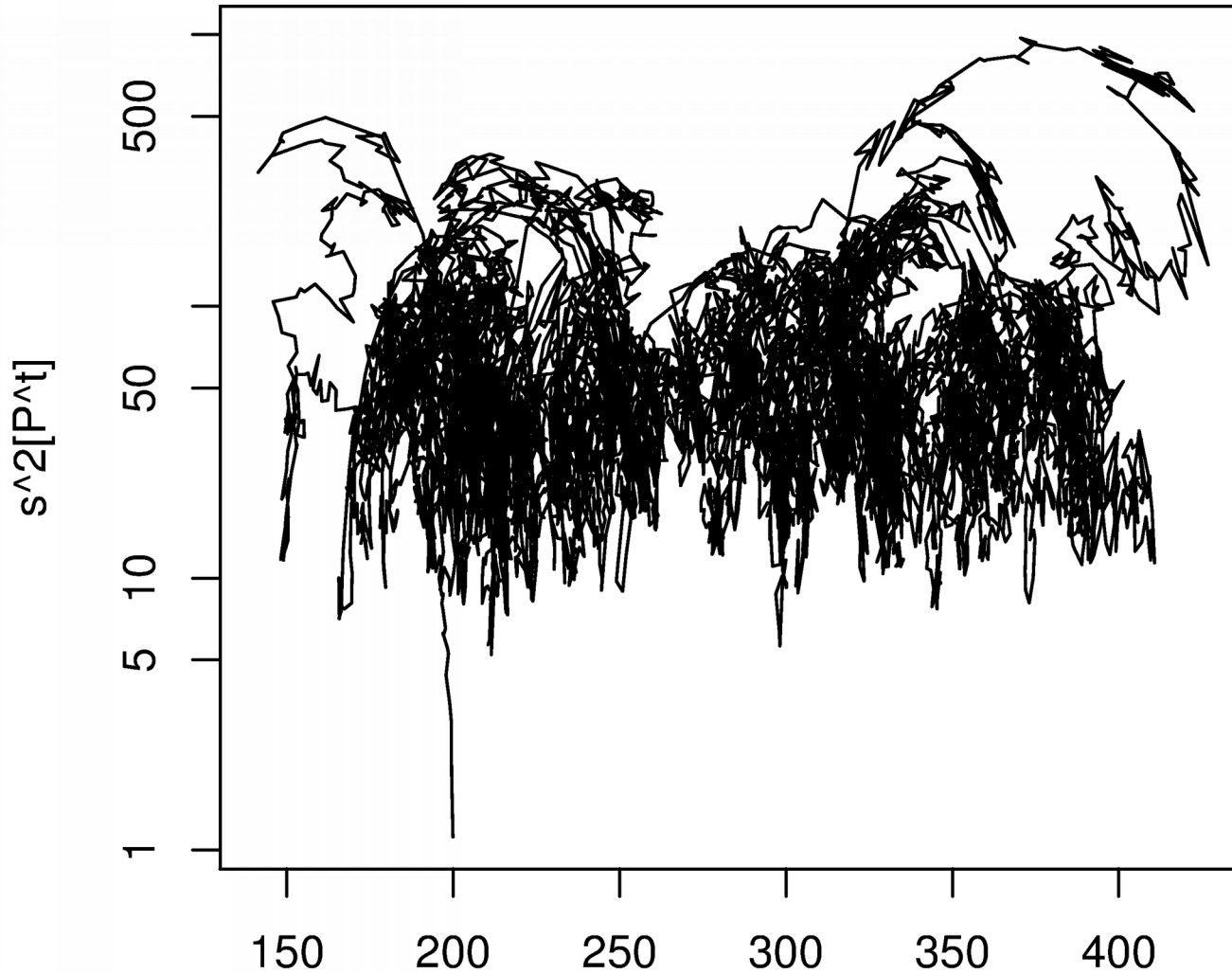
Wykres zmian
stanu populacji

$$v_m = 5$$

$m[P^t]$ Wartość średnia położenia punktów populacji

Od genealogii do różnorodności – mutacyjny AE

Wariancja położenia punktów populacji
podzielona przez wariancję mutacji



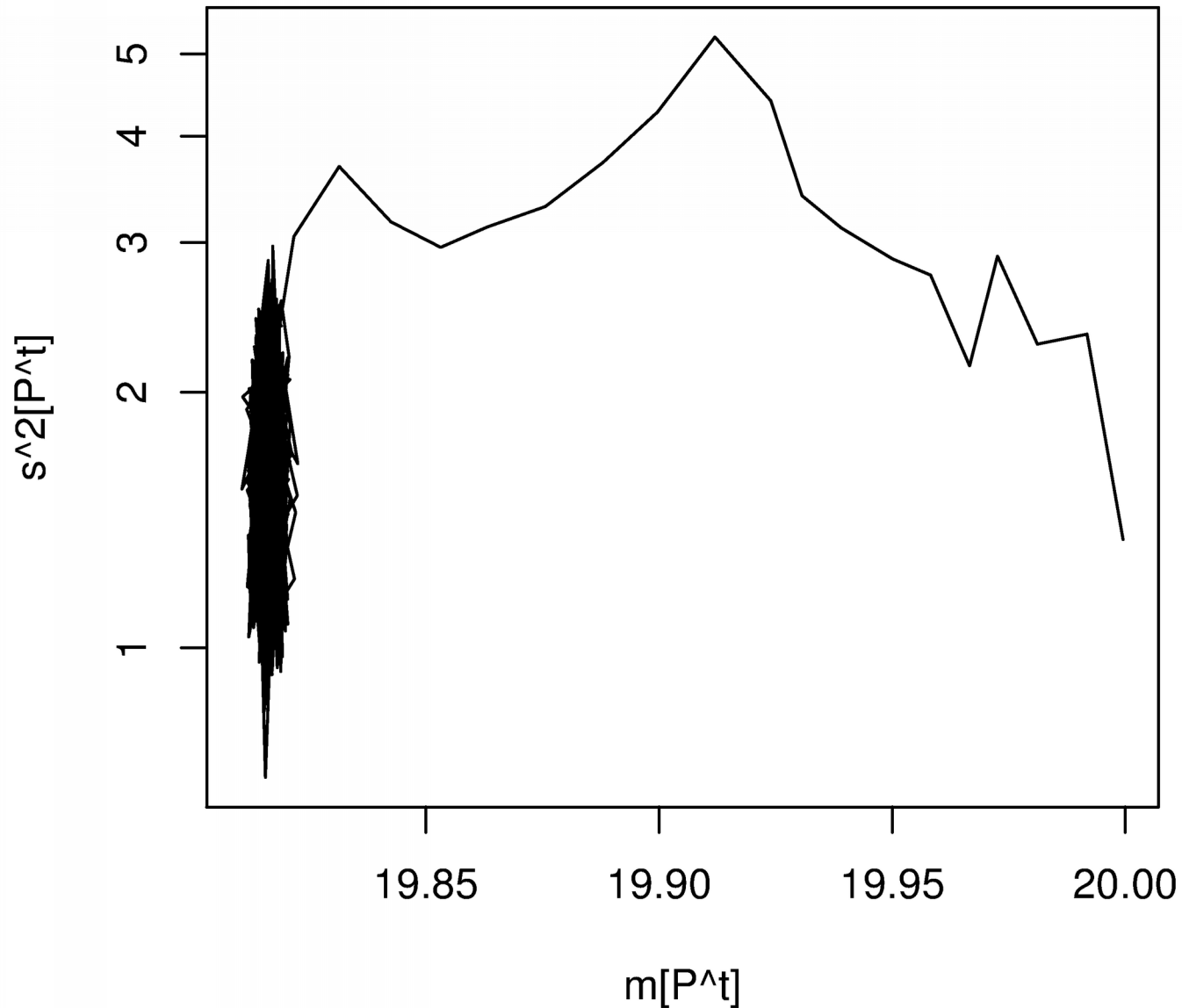
Start daleko od
maksimum globalnego

Wykres zmian
stanu populacji

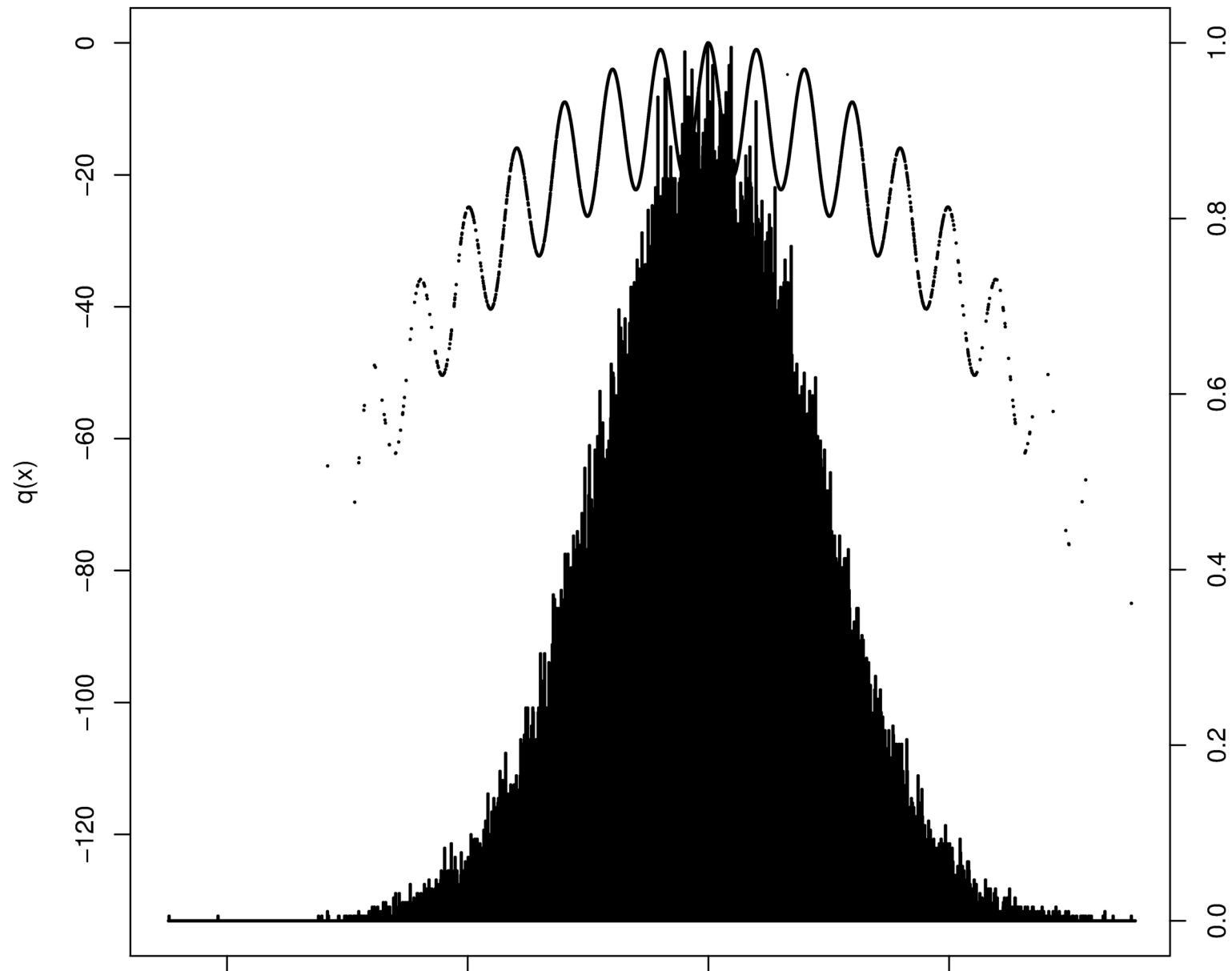
$$v_m = 5$$

Wartość średnia położenia punktów populacji

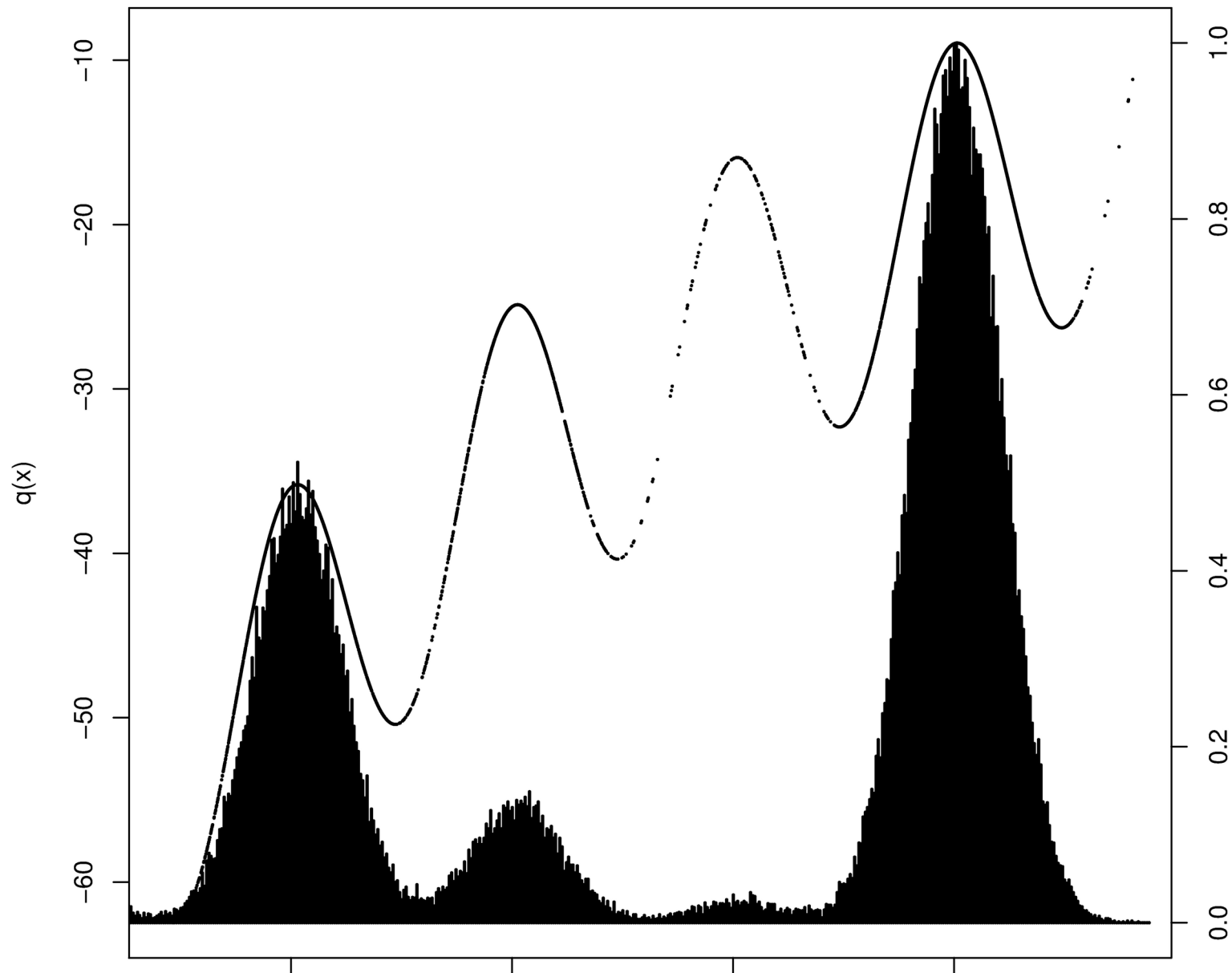
Algorytm ewolucyjny w stanie równowagi



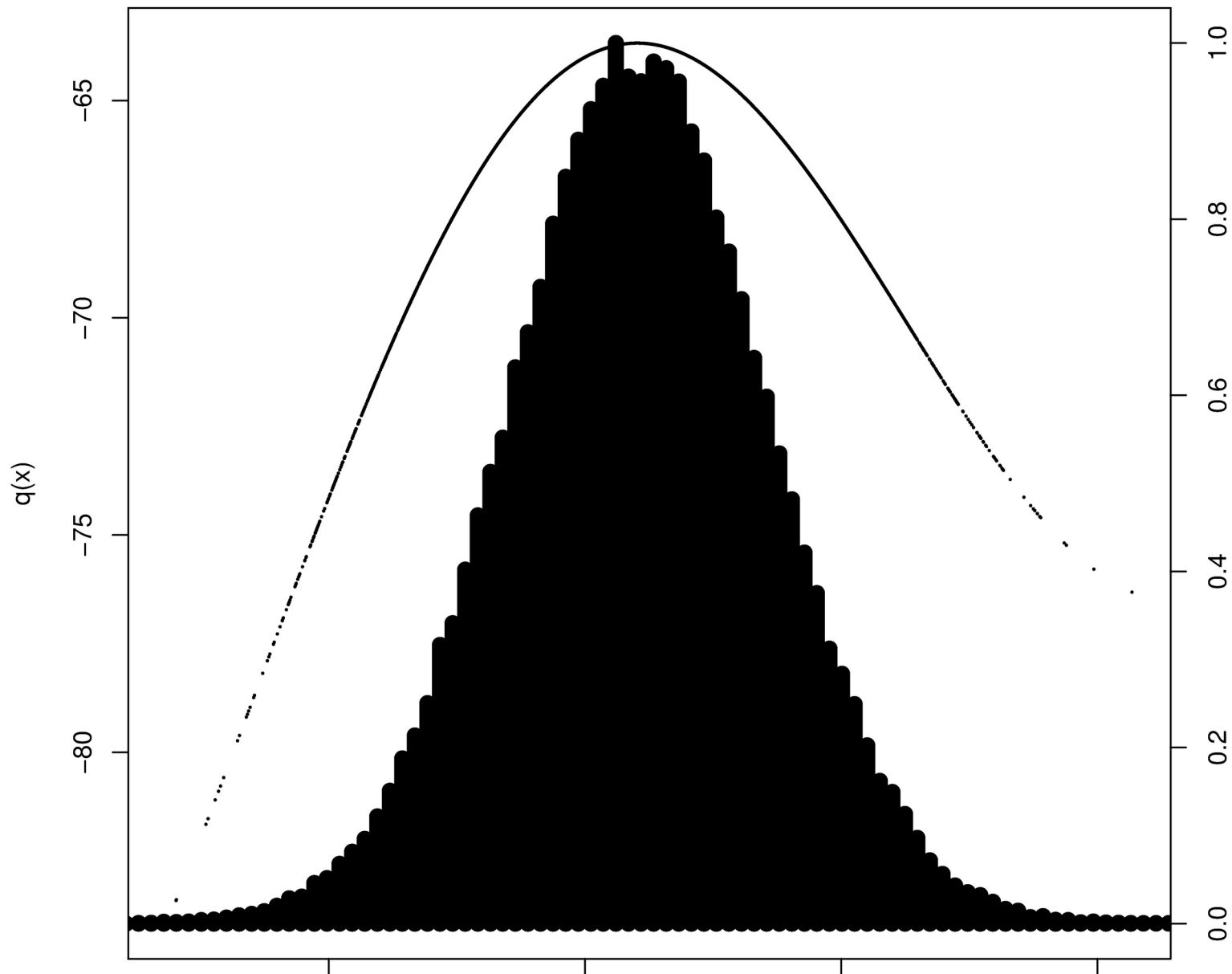
Algorytm ewolucyjny w stanie równowagi



Algorytm ewolucyjny w stanie równowagi



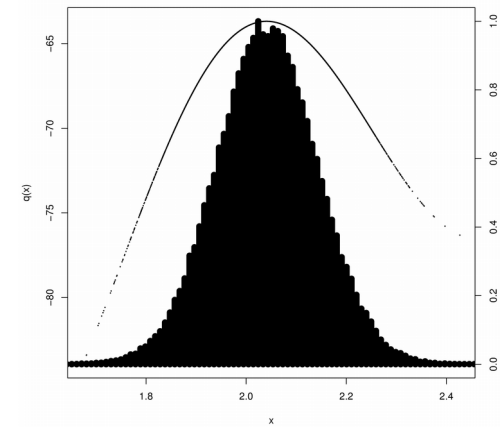
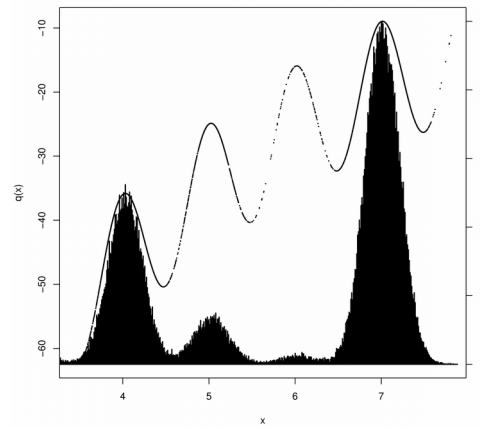
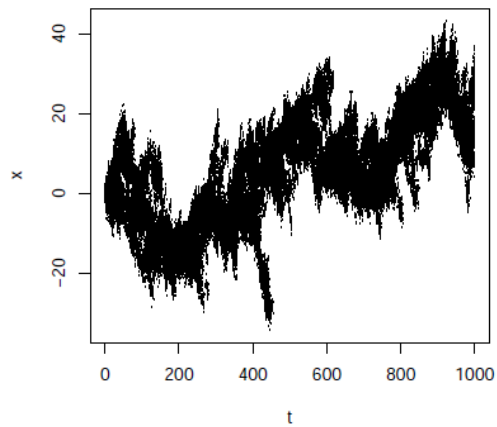
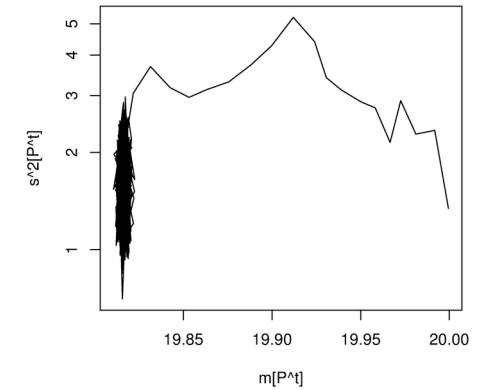
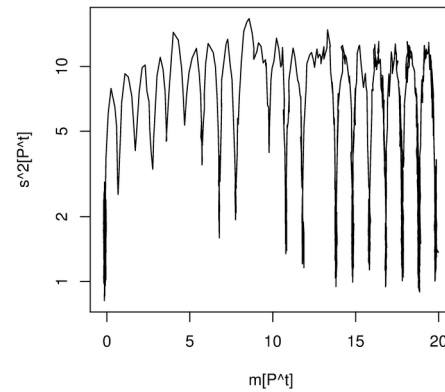
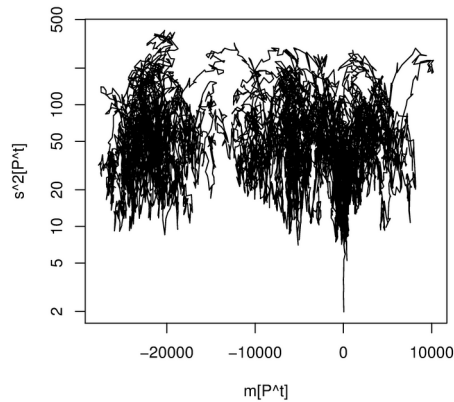
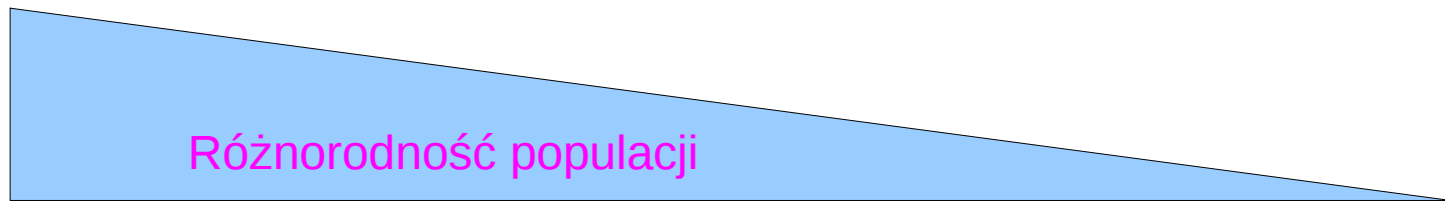
Algorytm ewolucyjny w stanie równowagi



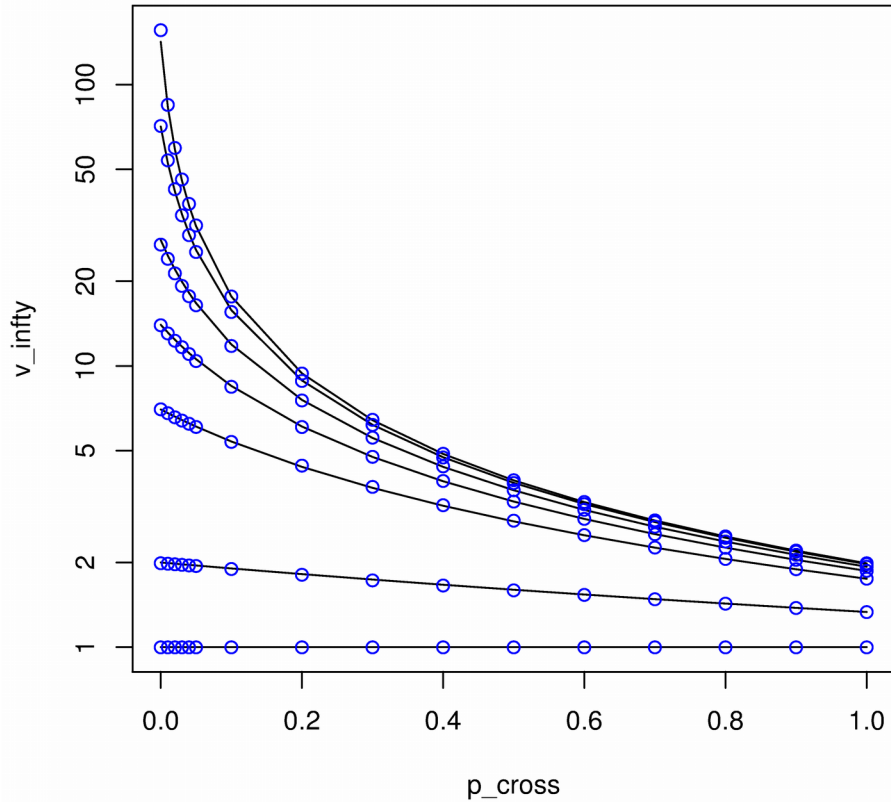
Eksploracja i eksploatacja

Poszukiwanie “najbardziej obiecującej górkę”

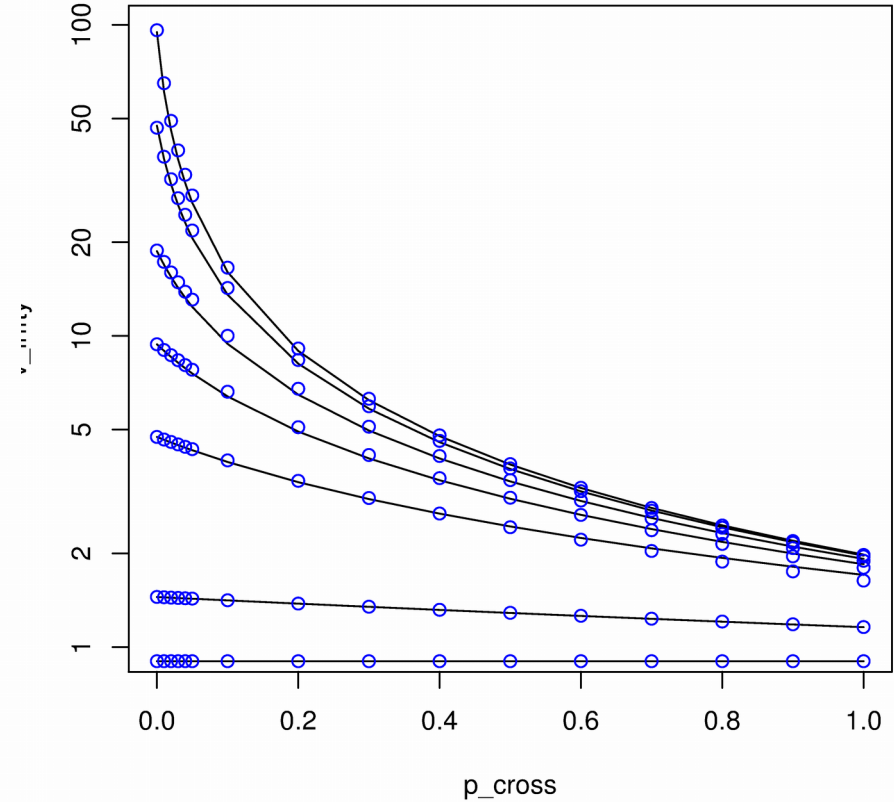
Poszukiwanie “szczytu górkę”



Rola parametrów - eksploracja



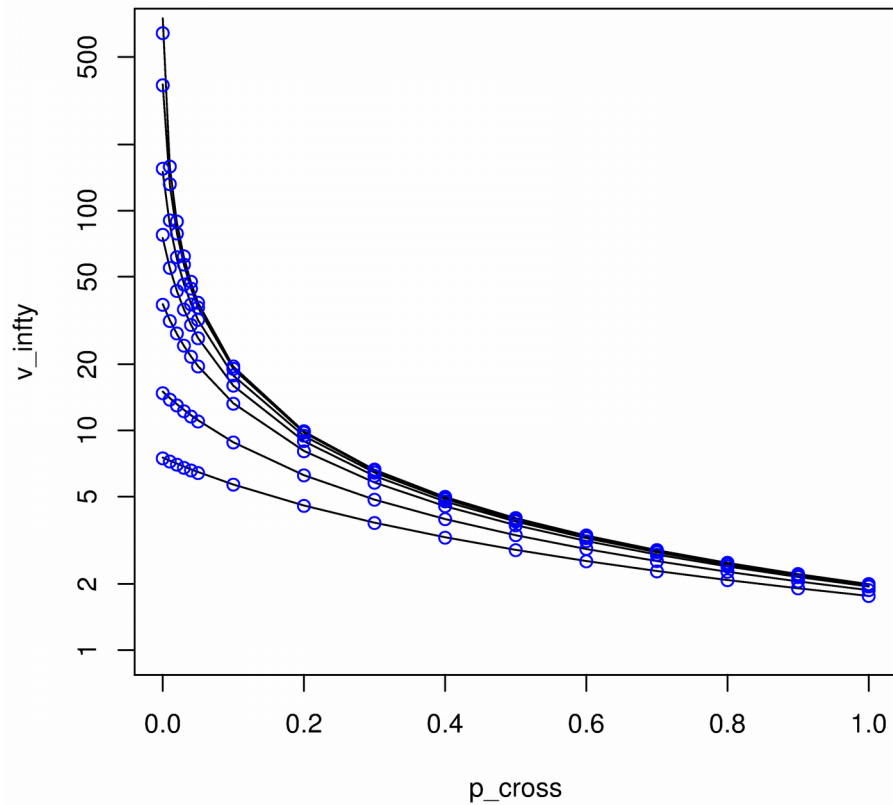
Sukcesja prosta



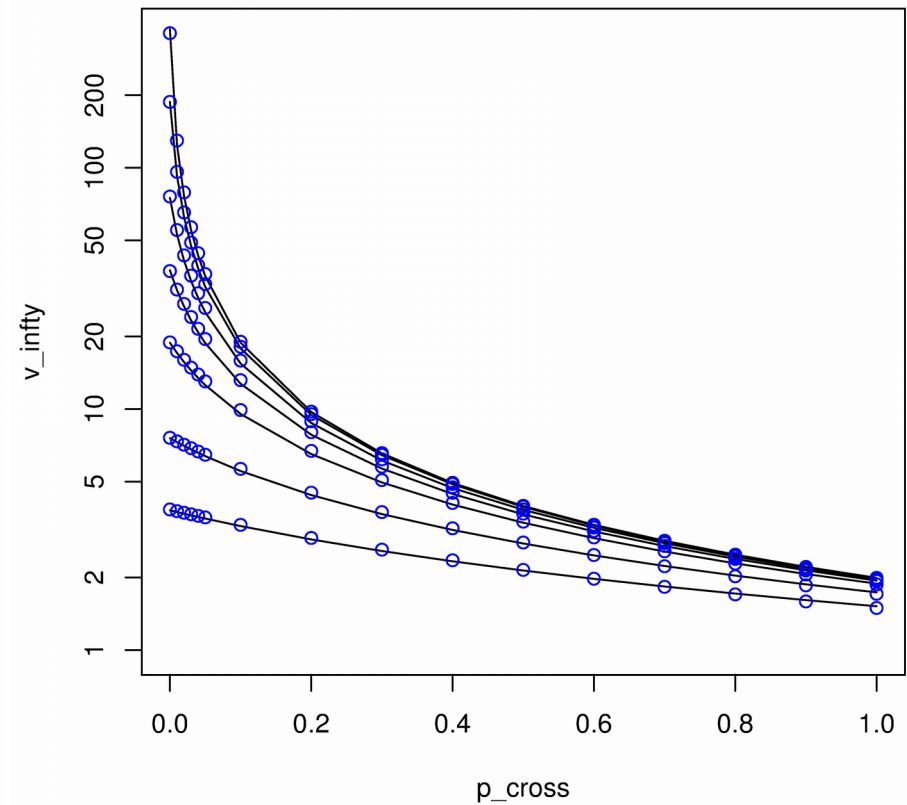
Sukcesja elitarna

Reprodukcja progowa

Rola parametrów - eksploracja



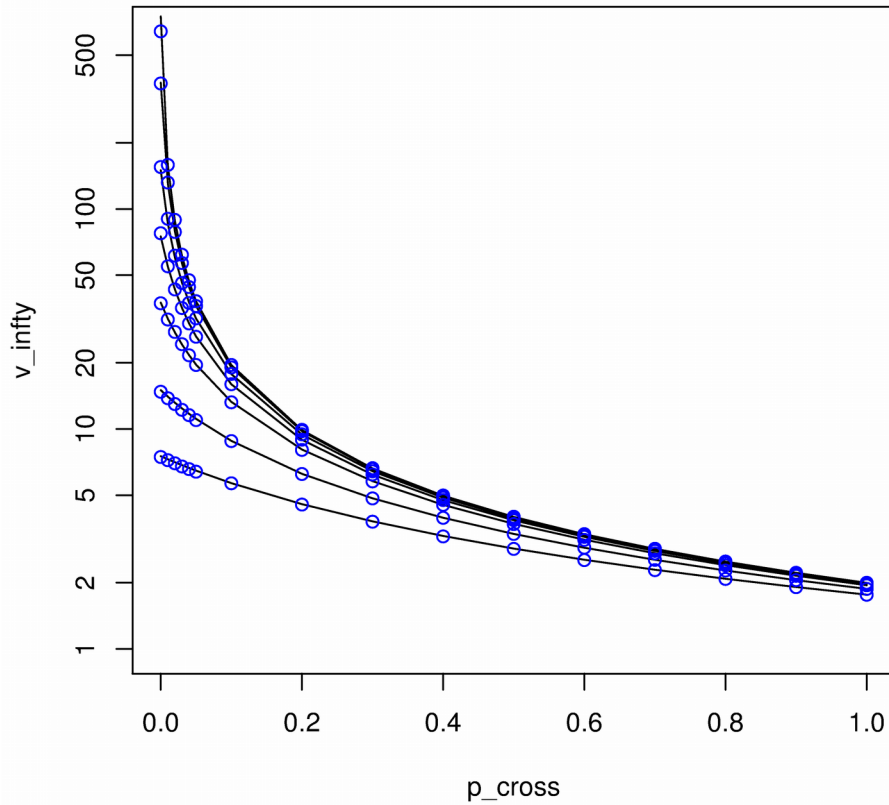
Sukcesja prosta



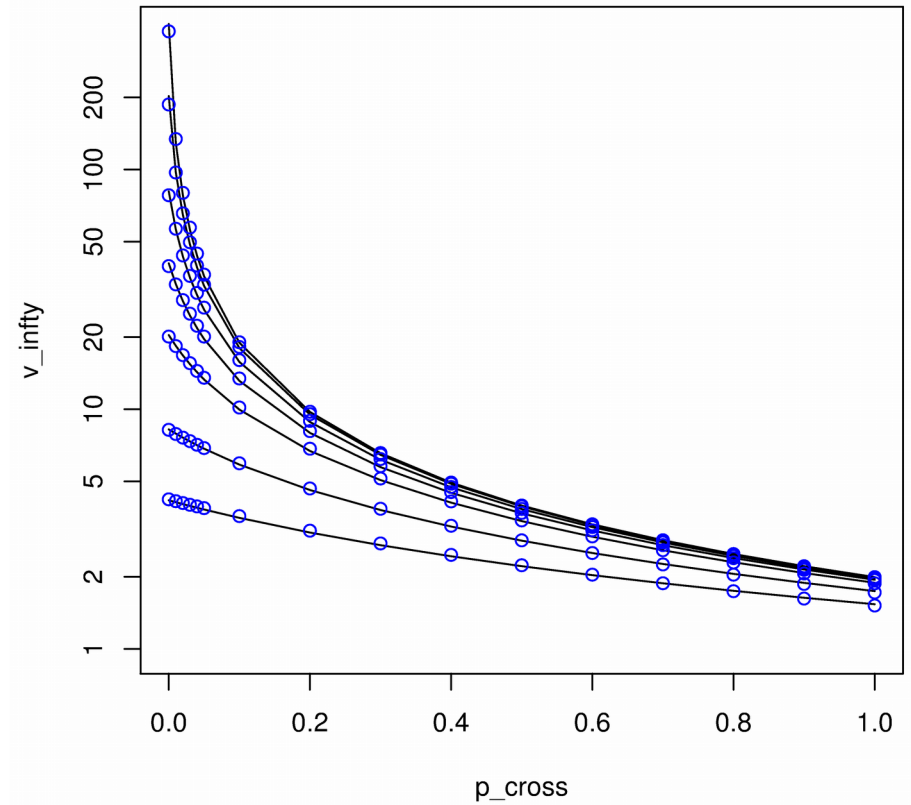
Sukcesja elitarna

Reprodukcja turniejowa

Rola parametrów - eksploracja



Sukcesja prosta



Sukcesja elitarna

Reprodukcja proporcjonalna

W stanie eksploatacji

- Reprodukcja progowa

$$v_P^\infty = \frac{2\theta}{2\theta(\beta-1) + (\theta - 2\alpha(\theta))p_c + 4\alpha(\theta)} v_m$$

- Reprodukcja turniejowa

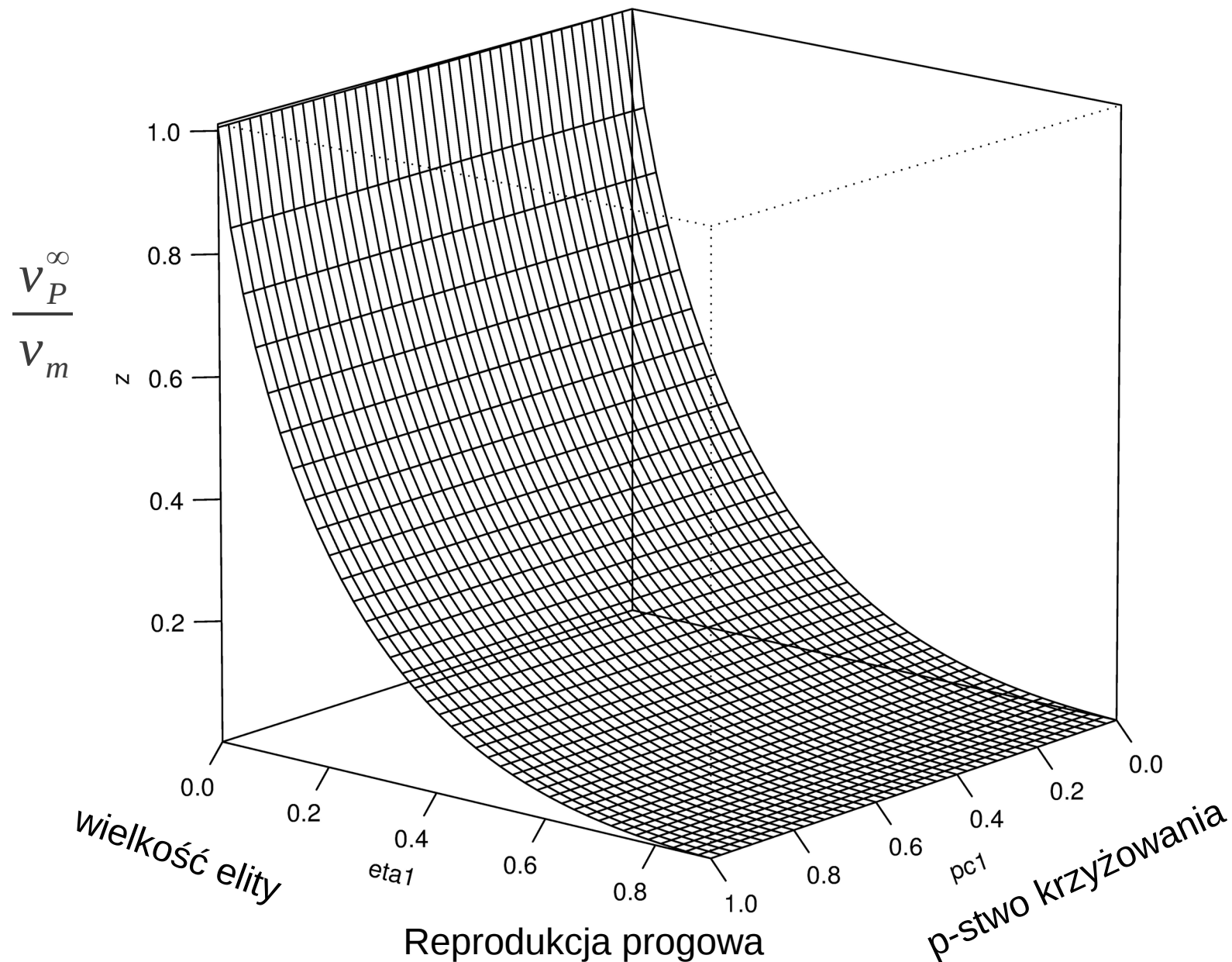
$$\beta = \frac{1 - \eta + 2\alpha(\eta)}{1 - \eta - 2\alpha(1 - \eta)}$$

$$v_P^\infty = \frac{1}{\beta + (p_c/2 - 1)\gamma(s)} v_m$$

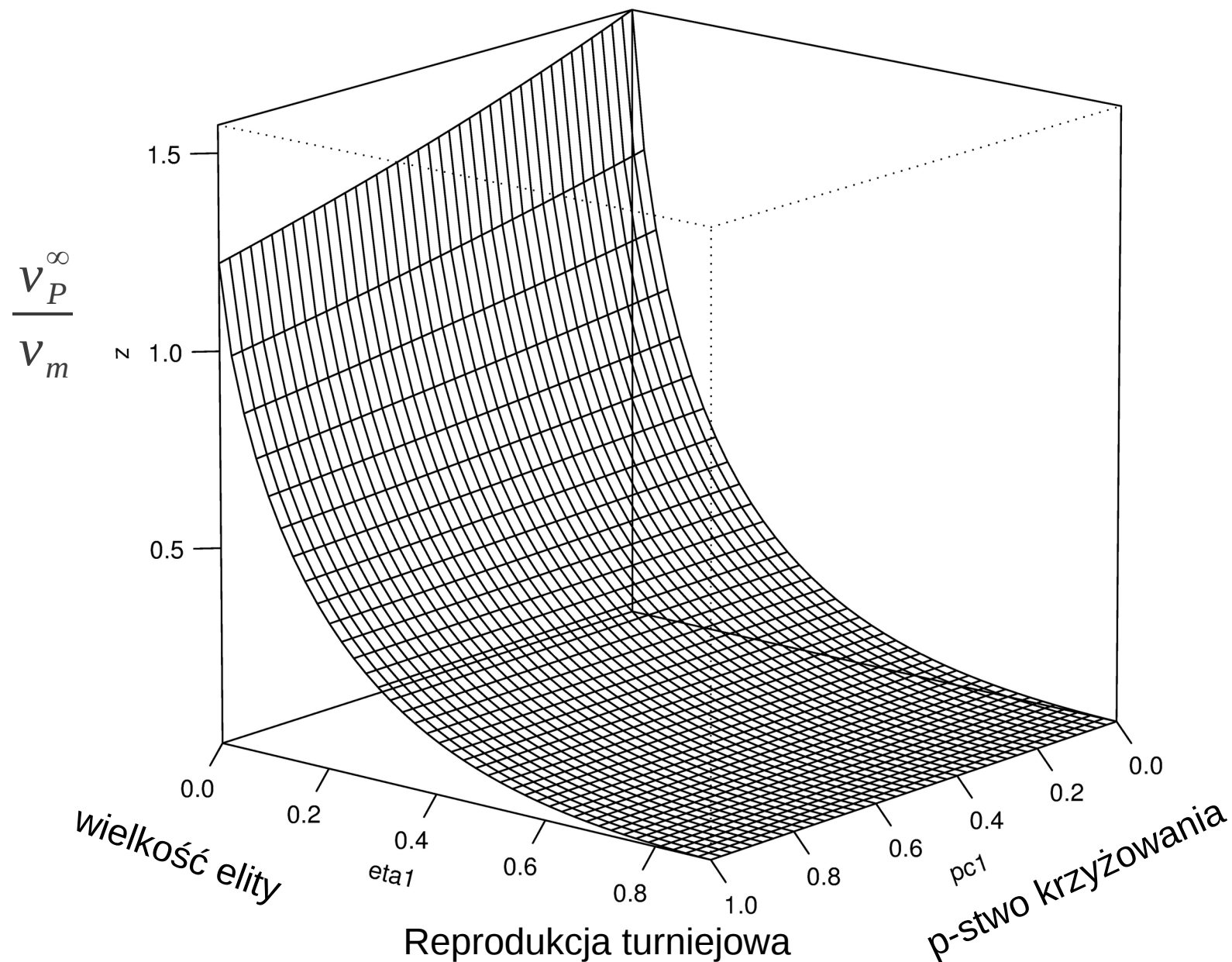
- Reprodukcja proporcjonalna

$$v_P^\infty = \frac{v_m}{2\beta} \left(1 - \left(\beta - 1 + \frac{p_c}{2} \right) \frac{v_q}{v_m} + \sqrt{\left(1 - \left(\beta - 1 + \frac{p_c}{2} \right) \frac{v_q}{v_m} \right)^2 + 4 \frac{v_q}{v_m} \beta} \right)$$

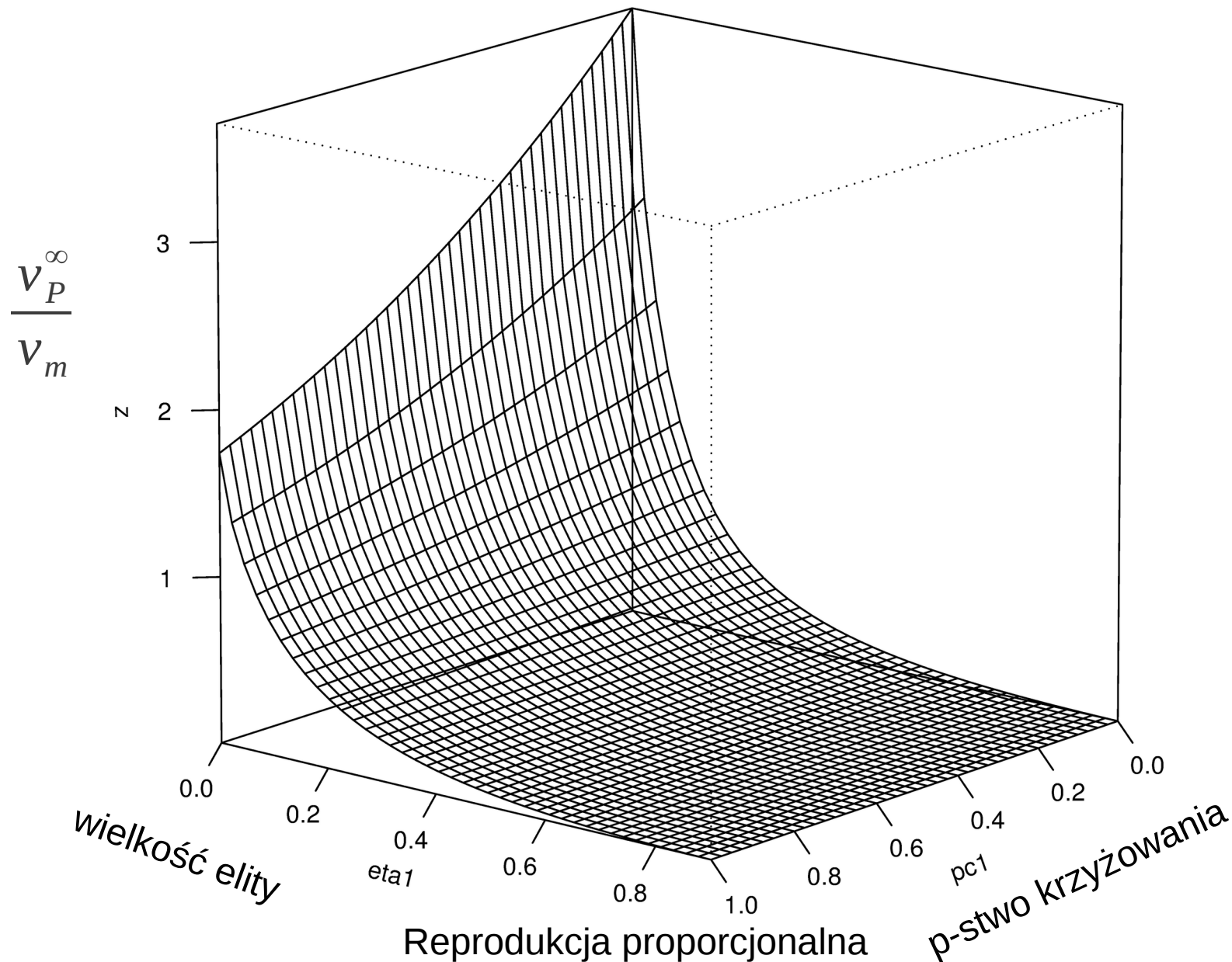
Rola parametrów - eksploatacja



Rola parametrów - eksploatacja



Rola parametrów - eksploatacja

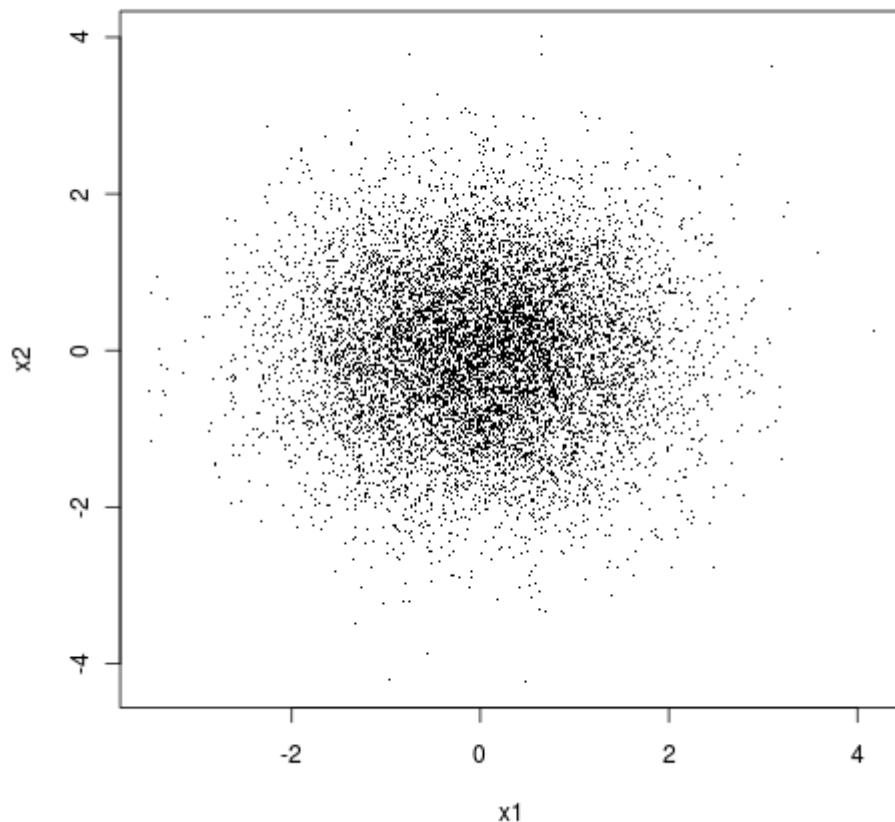


W przestrzeni o wielu wymiarach

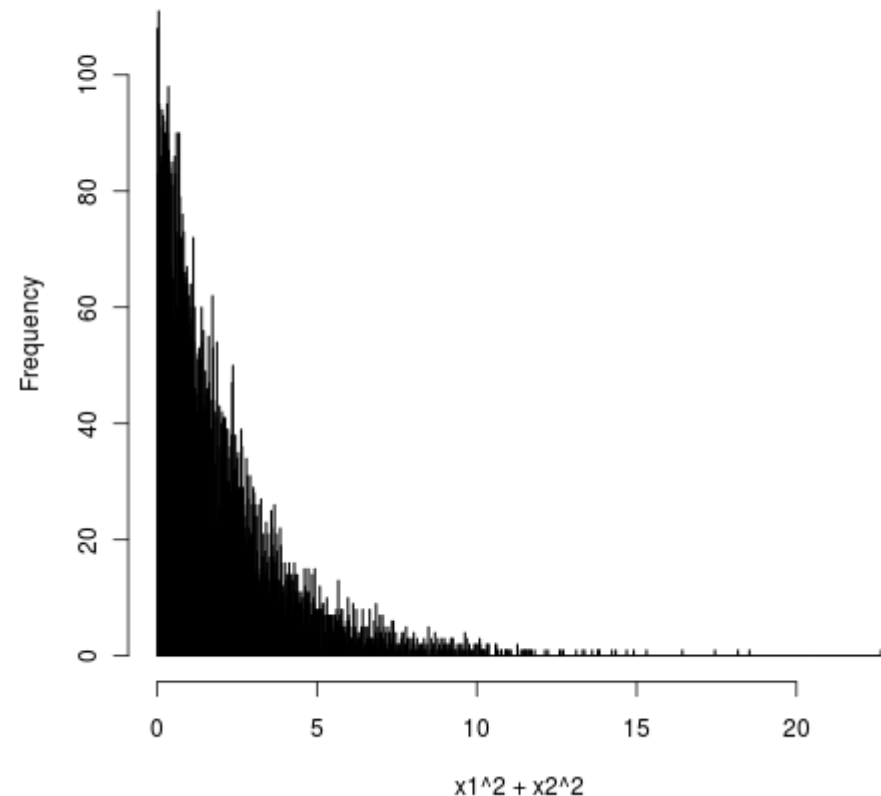
- Eksploracja – macierz kowariancji empirycznej populacji proporcjonalna do macierzy kowariancji mutacji – zazwyczaj diagonalna
- Eksploatacja – macierz kowariancji empirycznej populacji zależna od funkcji celu, populacja “powyciągana” w zależności od lokalnej zmienności funkcji celu

W przestrzeni o wielu wymiarach

- Przeciętna odległość punktów od środka populacji **rośnie z wymiarowością przestrzeni**



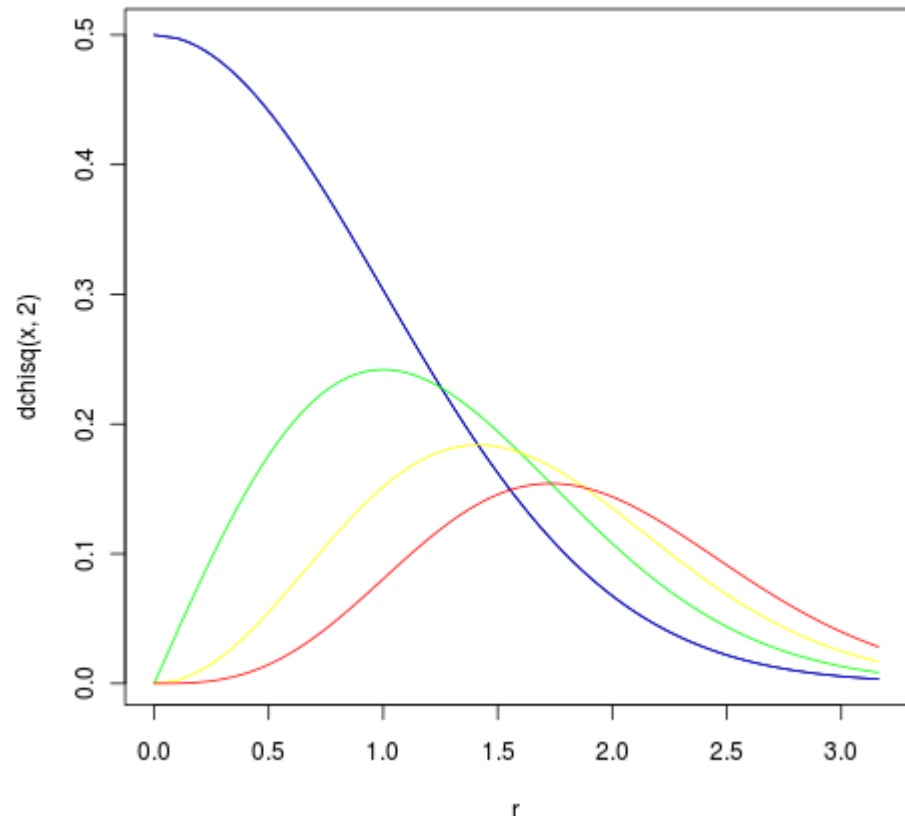
Histogram of $x_1^2 + x_2^2$



W przestrzeni o wielu wymiarach

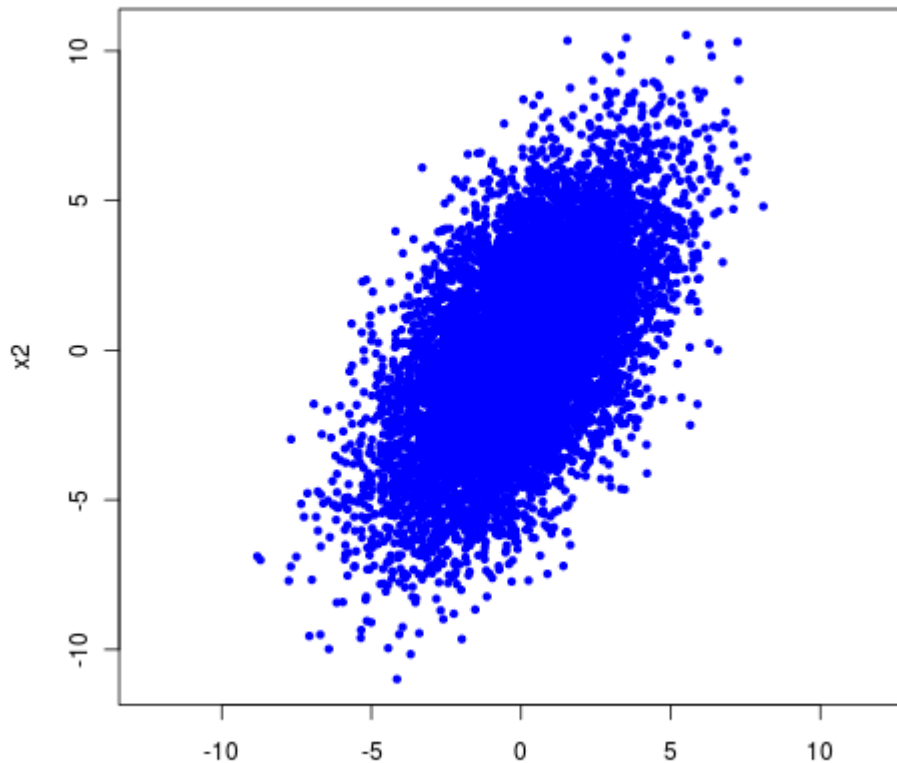
- Przeciętna odległość punktów od środka populacji **rośnie z wymiarowością przestrzeni**

Rozkład odległości punktów rozłożonych normalnie w przestrzeni od 2 do 5 wymiarów

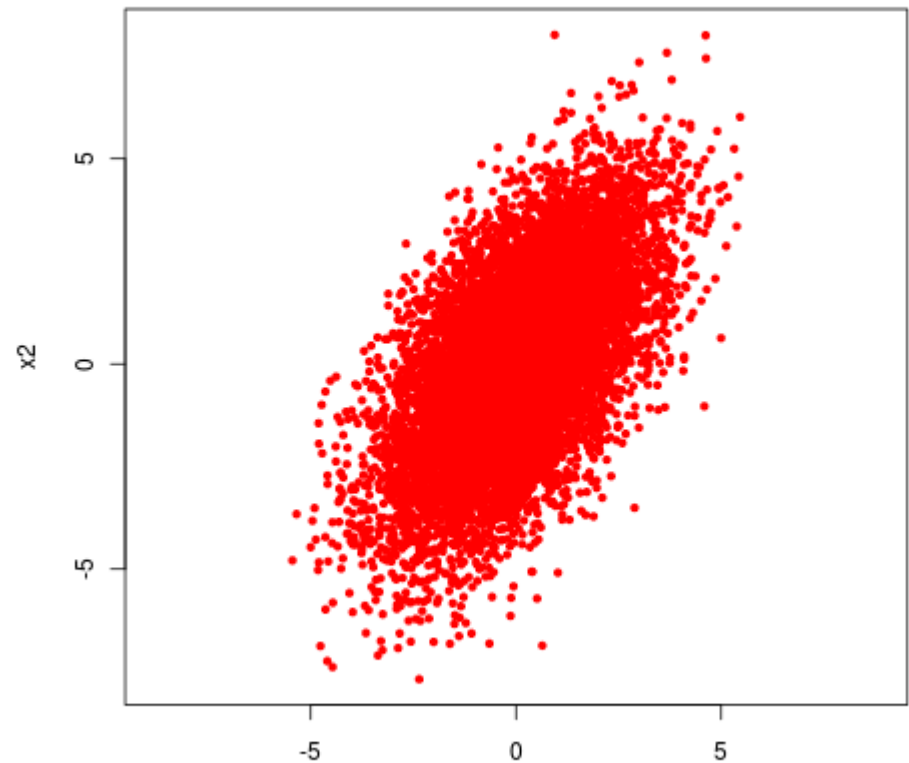


Krzyżowanie uśredniające

- Proporcjonalna redukcja macierzy kowariancji
- Zwiększenie różnorodności

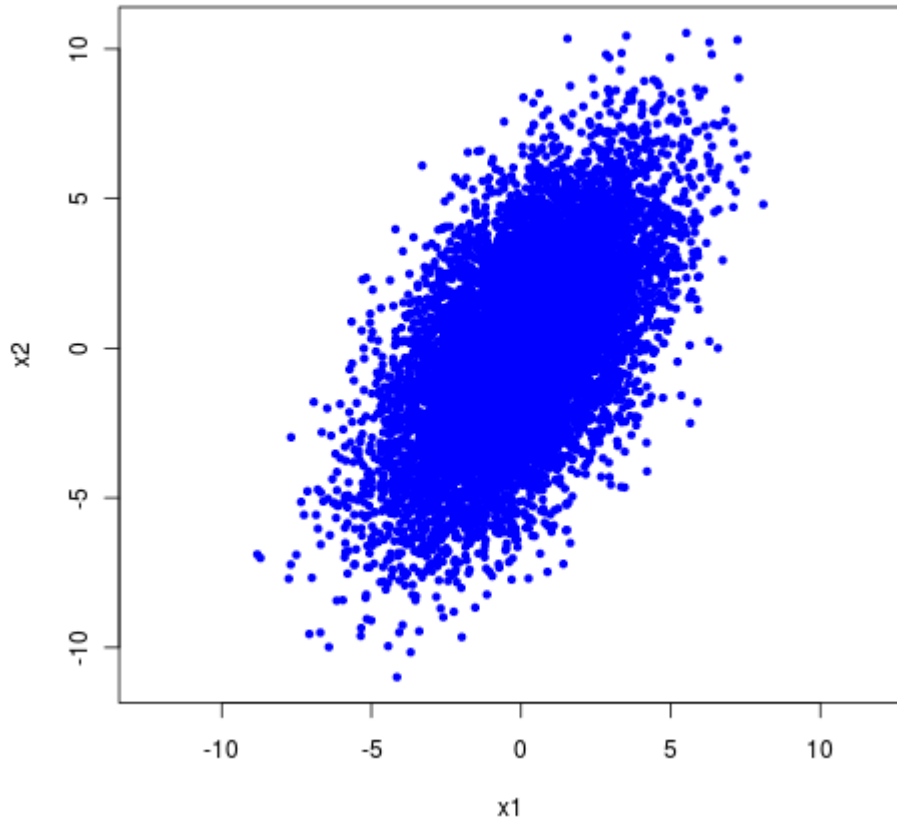


przed krzyżowaniem



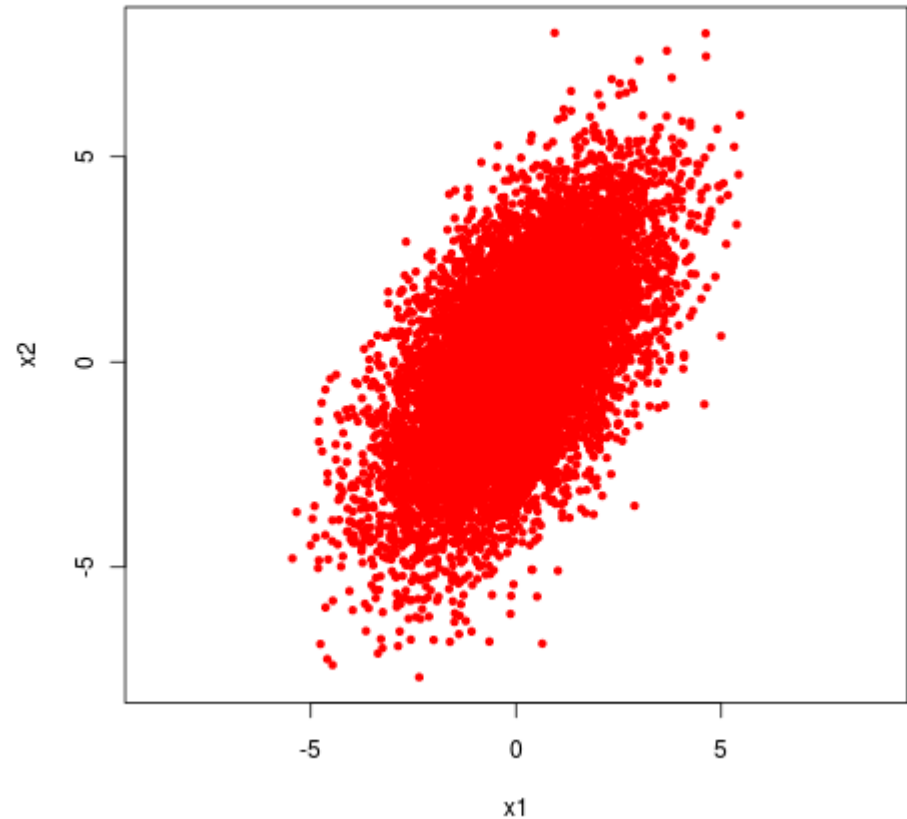
po krzyżowaniu

Krzyżowanie uśredniające



macierz
kowariancji $\begin{bmatrix} 4.96 & 3.97 \\ 3.97 & 9.10 \end{bmatrix}$

średnia odległość
punktów od środka: 3.23

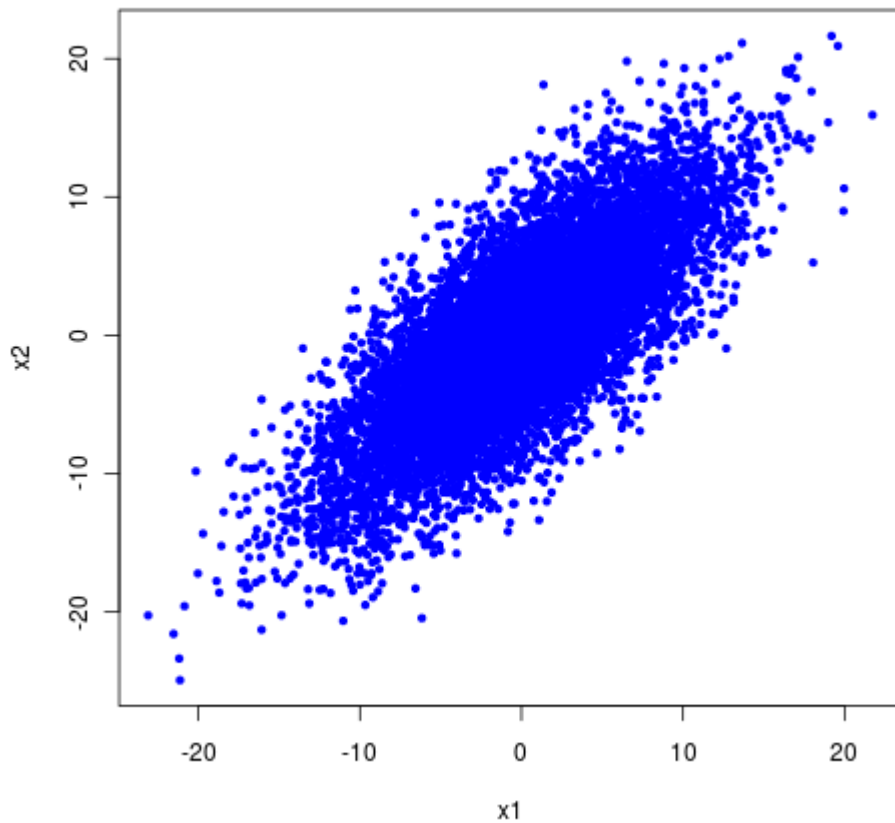


$\begin{bmatrix} 2.46 & 1.97 \\ 1.97 & 4.52 \end{bmatrix}$

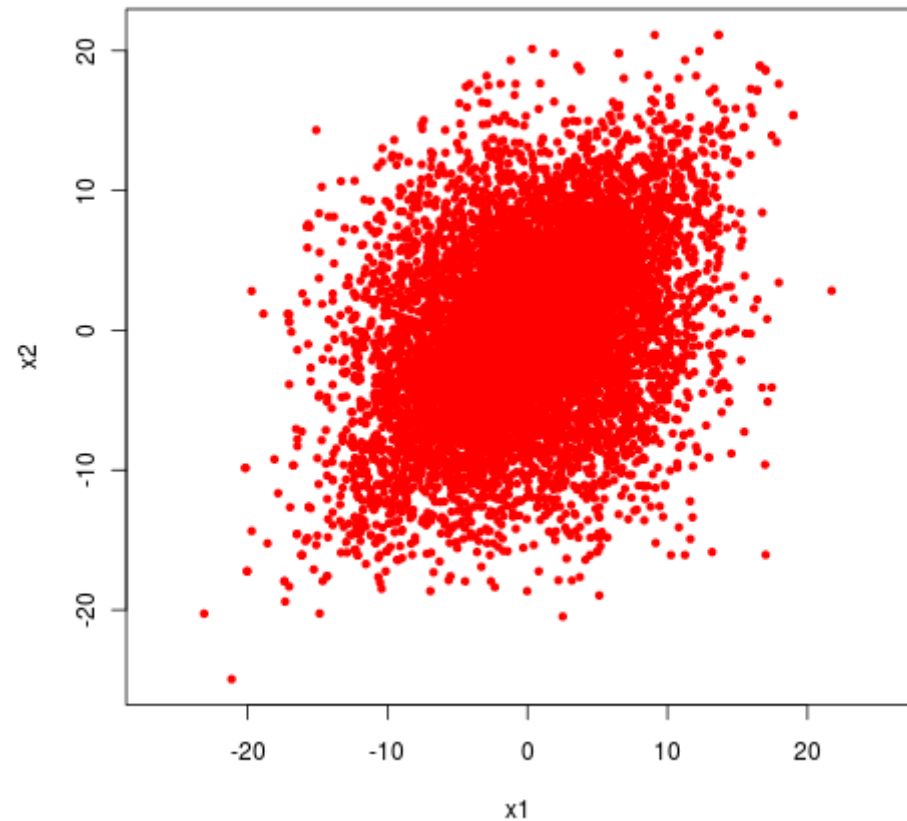
2.27

Krzyżowanie wymieniające

- Częściowa diagonalizacja macierzy kowariancji
- Może skutkować zwiększeniem różnorodności

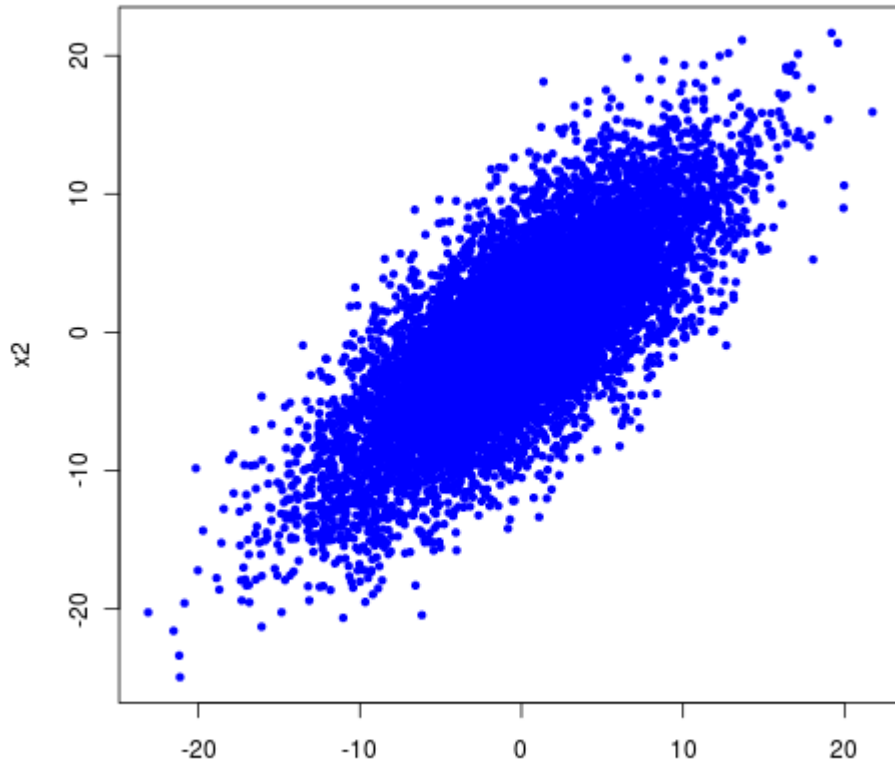


przed krzyżowaniem



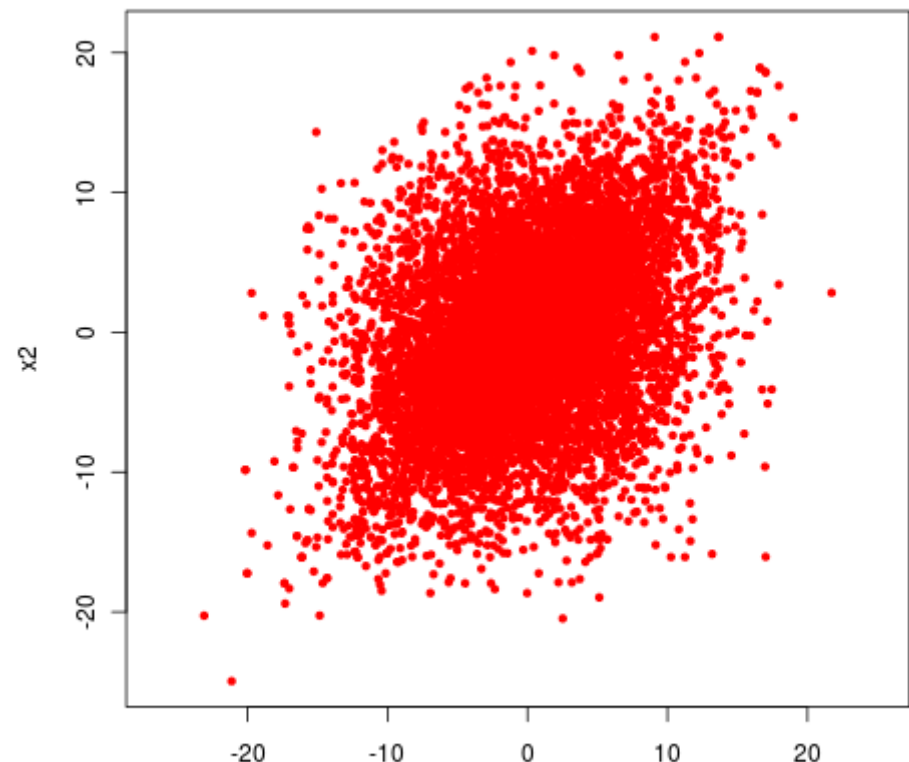
po krzyżowaniu

Krzyżowanie wymieniające



x1

macierz
kowariancji $\begin{bmatrix} 33.75 & 27.76 \\ 27.76 & 39.67 \end{bmatrix}$



x2

x1

$\begin{bmatrix} 33.19 & 14.33 \\ 14.33 & 39.95 \end{bmatrix}$

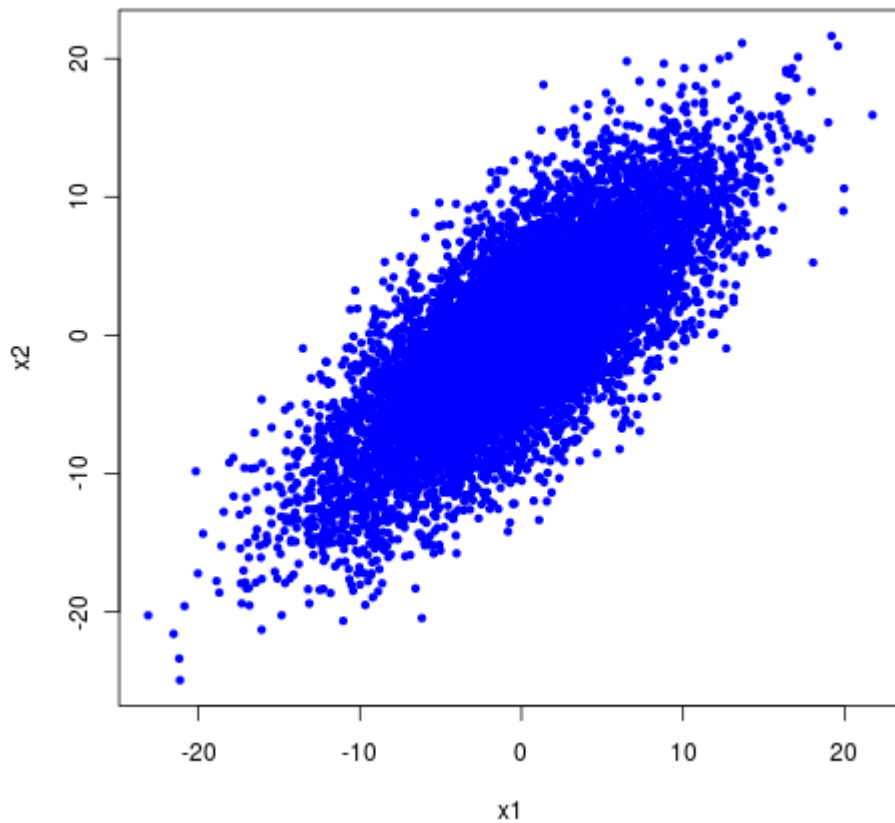
średnia odległość
punktów od środka:

7.26

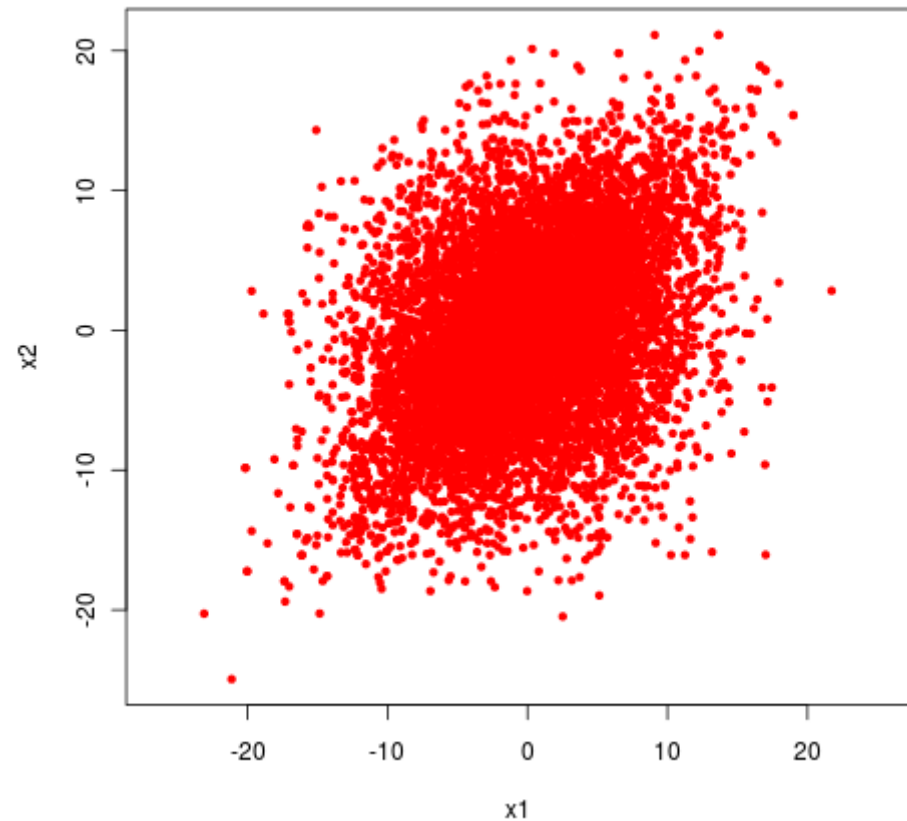
7.41

Krzyżowania wymieniające

- Częściowa diagonalizacja macierzy kowariancji
- Może skutkować zwiększeniem różnorodności

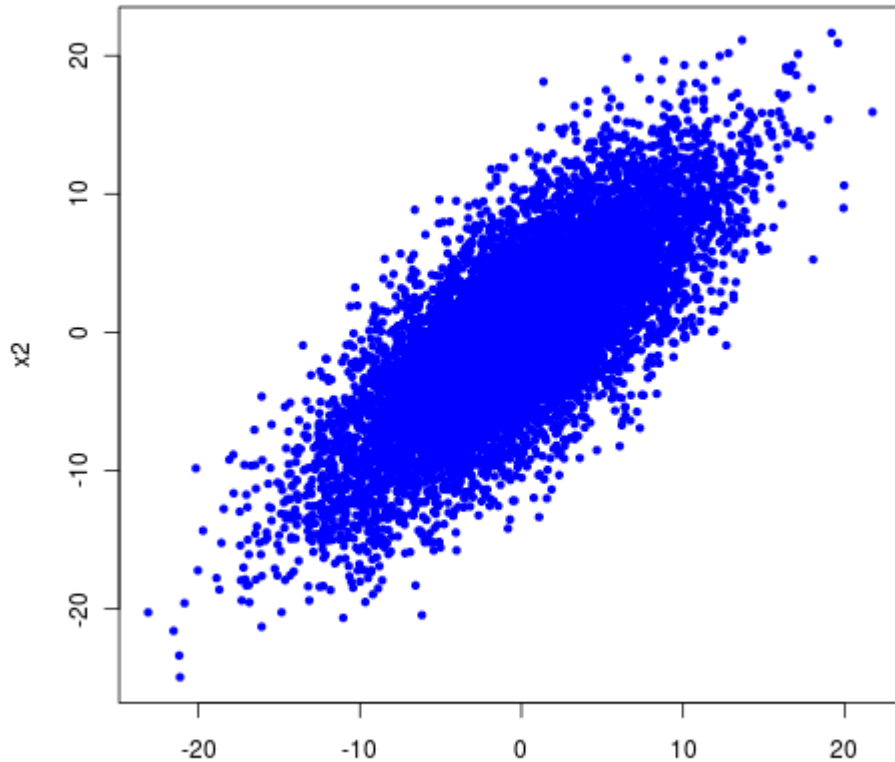


przed krzyżowaniem



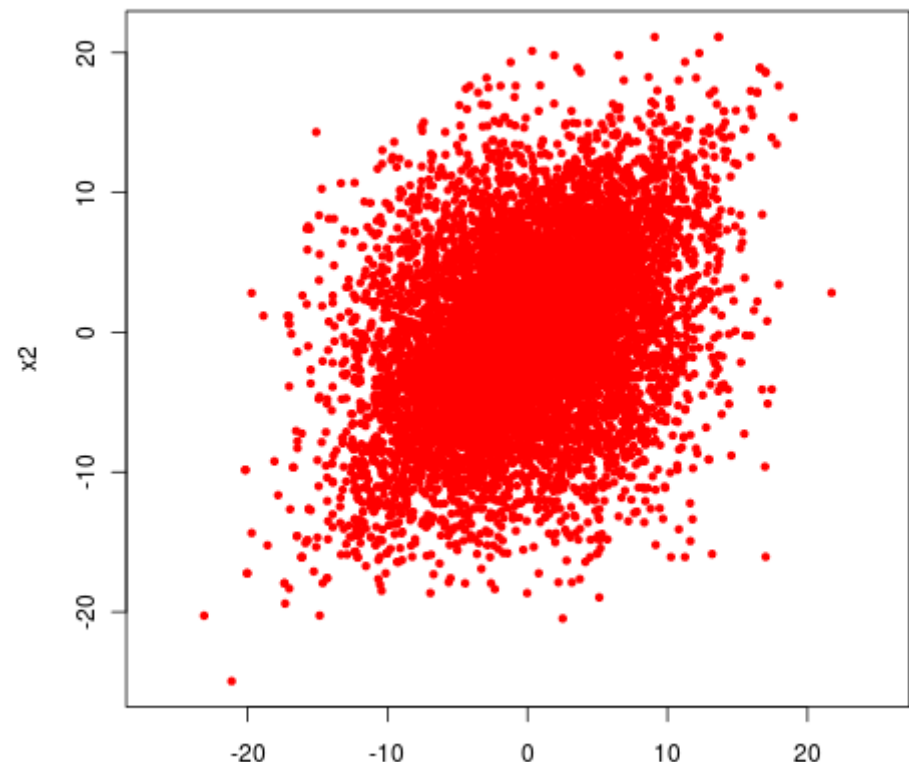
po krzyżowaniu

Krzyżowanie wymieniające



x1

macierz
kowariancji $\begin{bmatrix} 33.75 & 27.76 \\ 27.76 & 39.67 \end{bmatrix}$



x2

x1

$\begin{bmatrix} 33.19 & 14.33 \\ 14.33 & 39.95 \end{bmatrix}$

średnia odległość
punktów od środka:

7.26

7.41