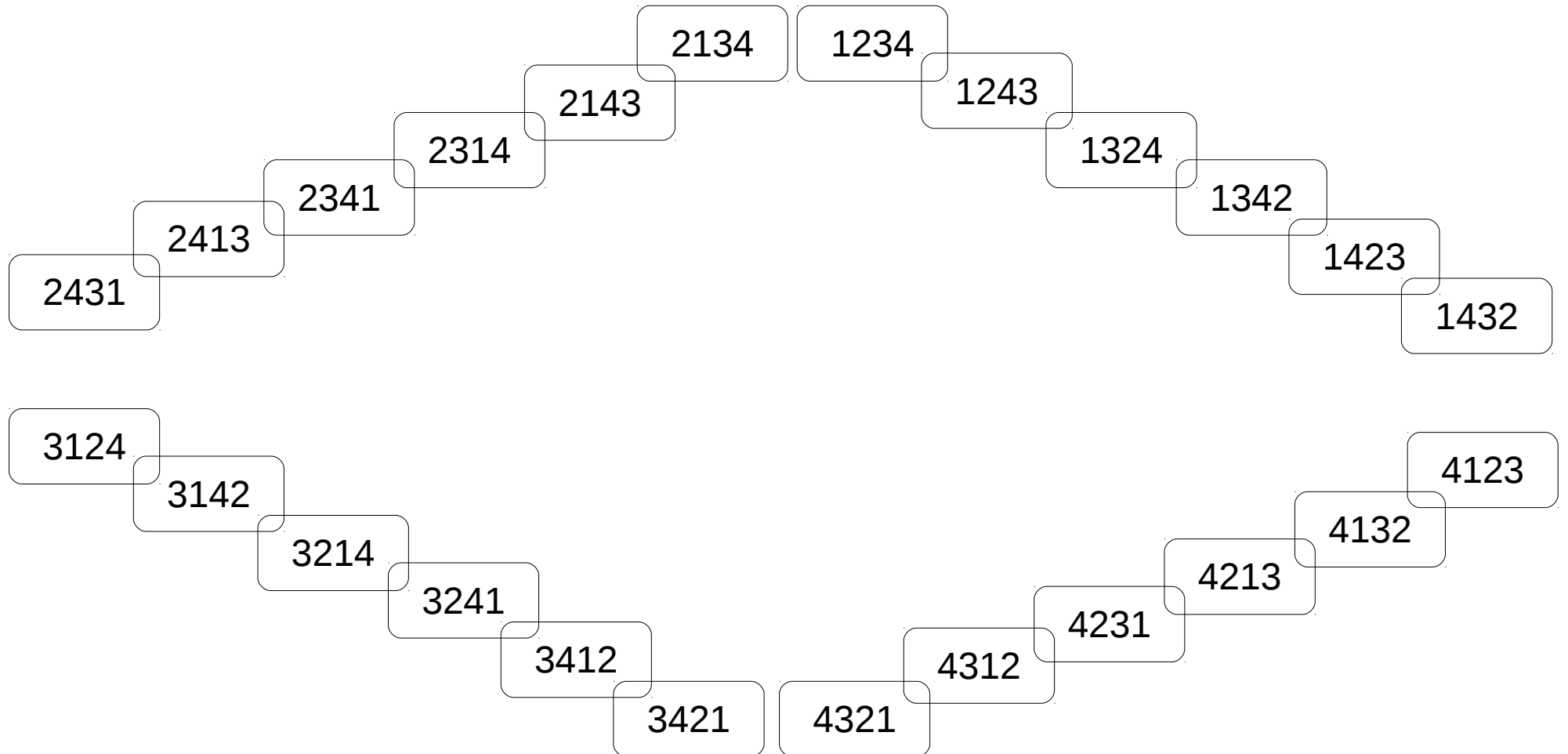


ALHE  
Jarosław Arabas

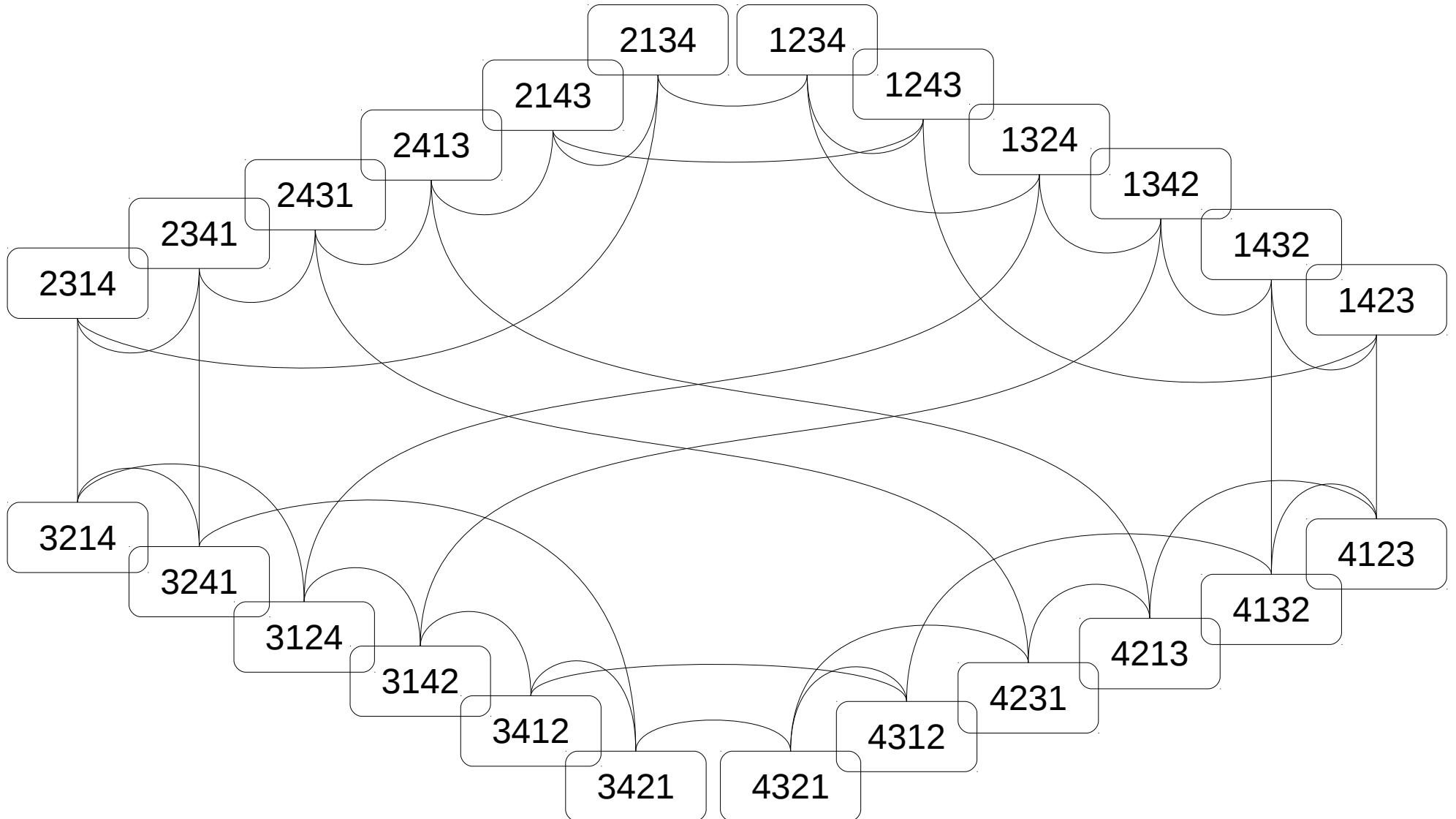
Przeszukiwanie przestrzeni  
ścieżek w grafie

Algorytm A\*

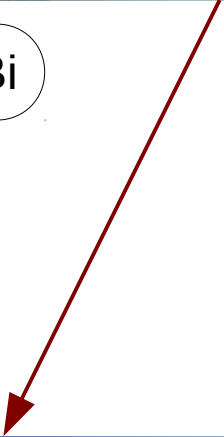
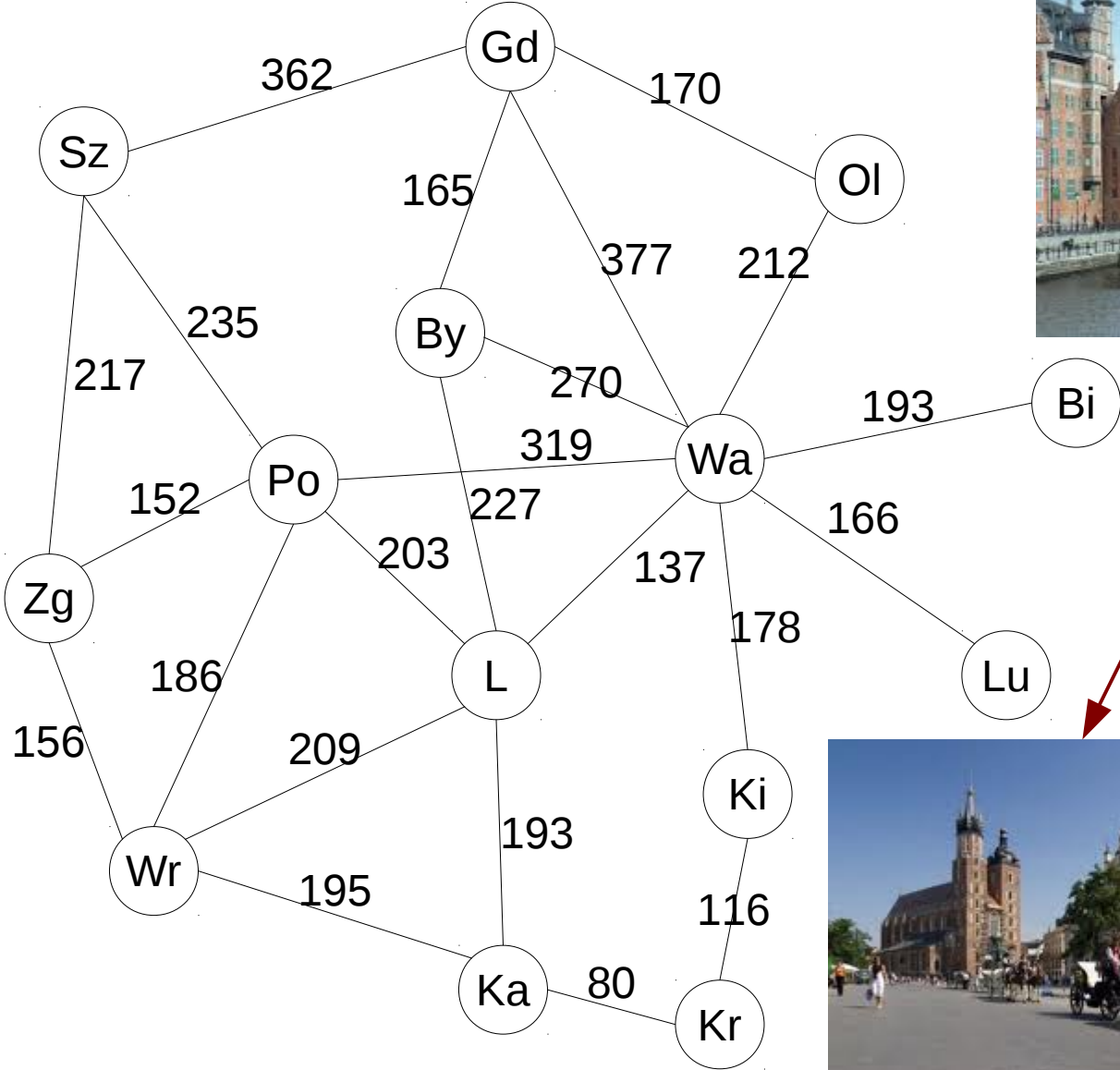
# Zbiór rozwiązań



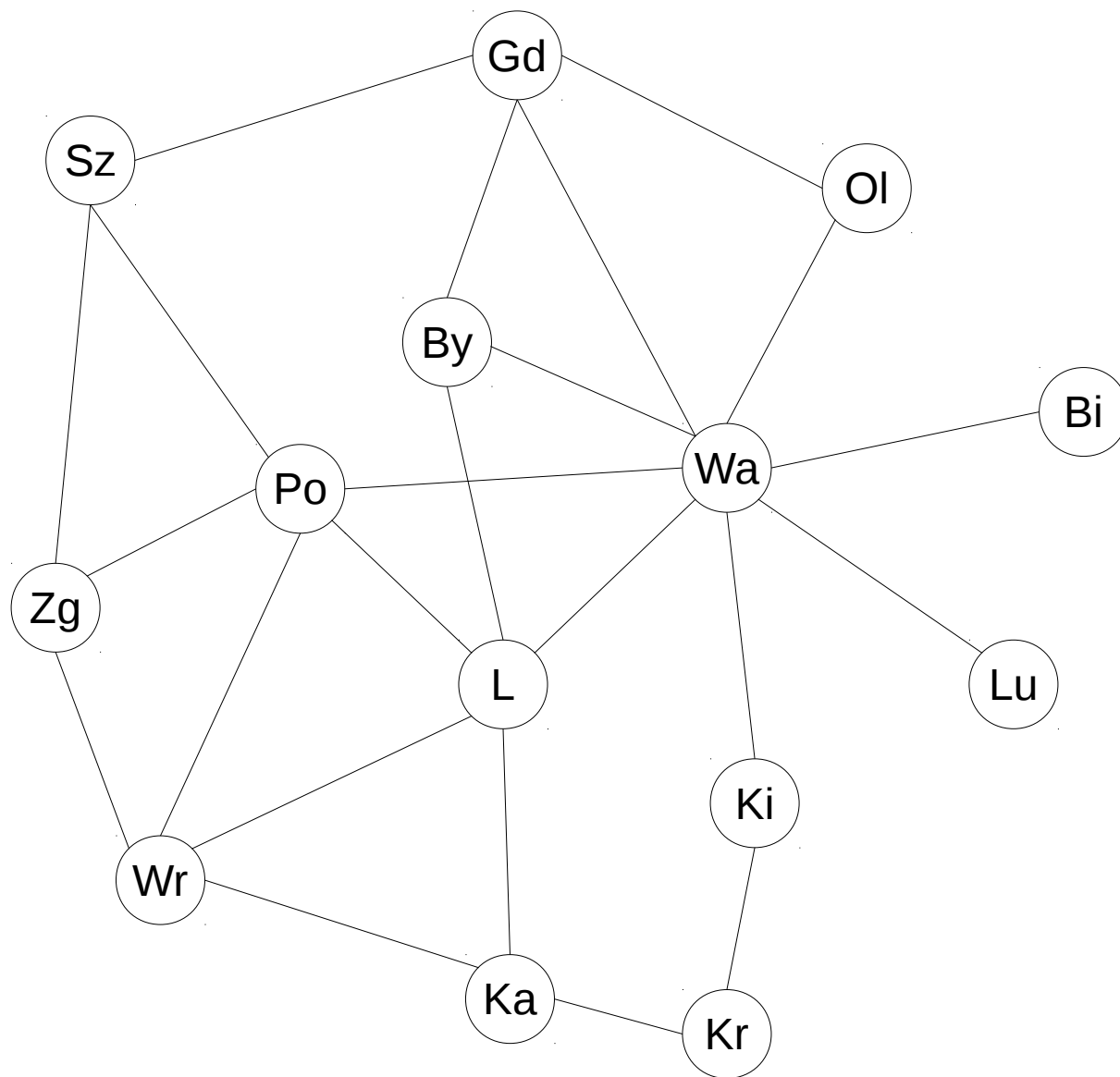
# Przestrzeń rozwiązań



# Graf odległości

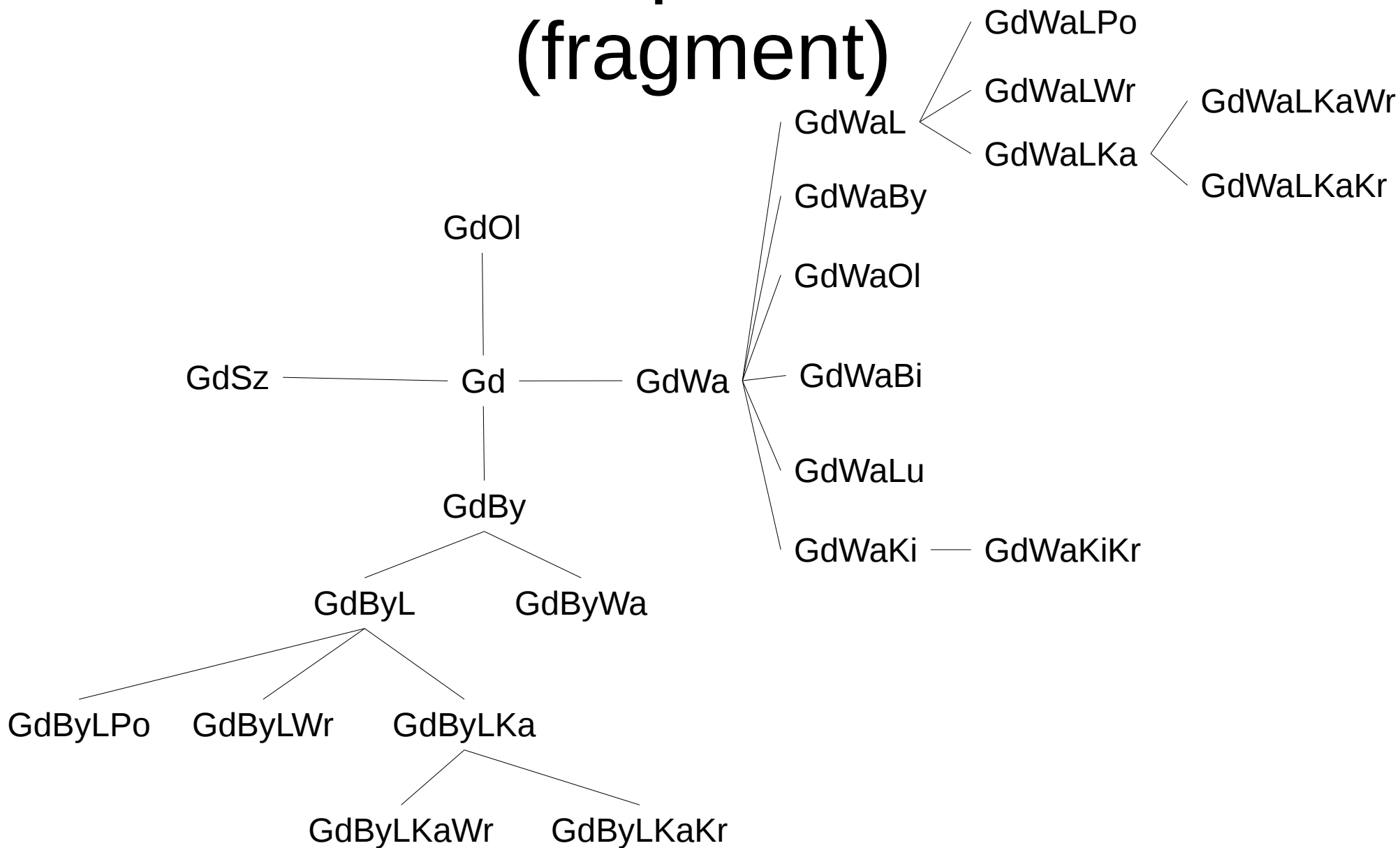


# Przeszukiwanie niepoinformowane





# Przestrzeń przeszukiwań (fragment)



# Przeszukiwanie w głąb i wszerz

*algorytm wszerz*

$A \leftarrow \{s_0\}$

**while**  $A \neq \emptyset$

$x \leftarrow \text{popFIFO}(A)$

$Y \leftarrow \text{sqsiedzi}(x)$

$A \leftarrow A \cup Y$

*algorytm w głąb*

$A \leftarrow \{s_0\}$

**while**  $A \neq \emptyset$

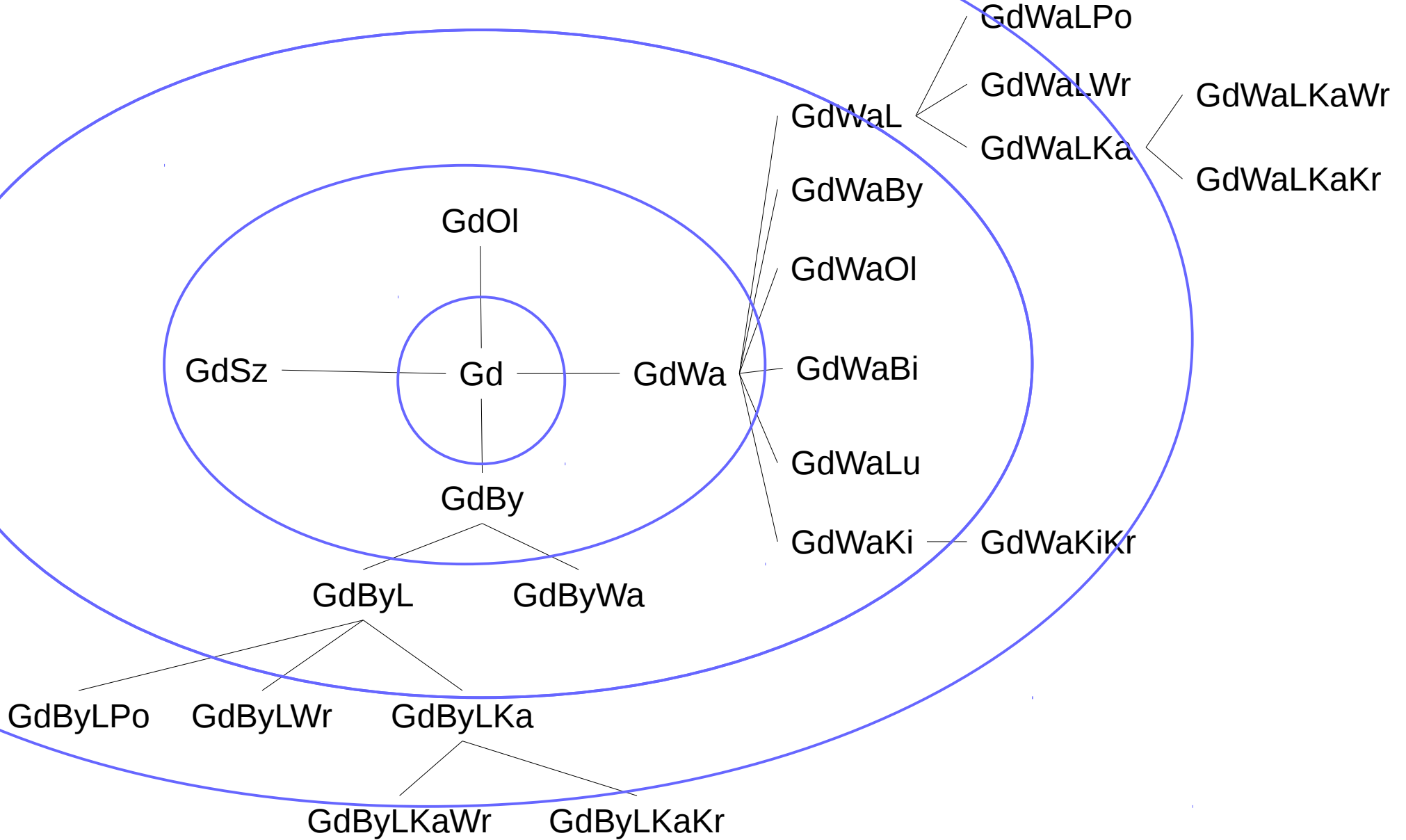
$x \leftarrow \text{popLIFO}(A)$

$Y \leftarrow \text{sqsiedzi}(x)$

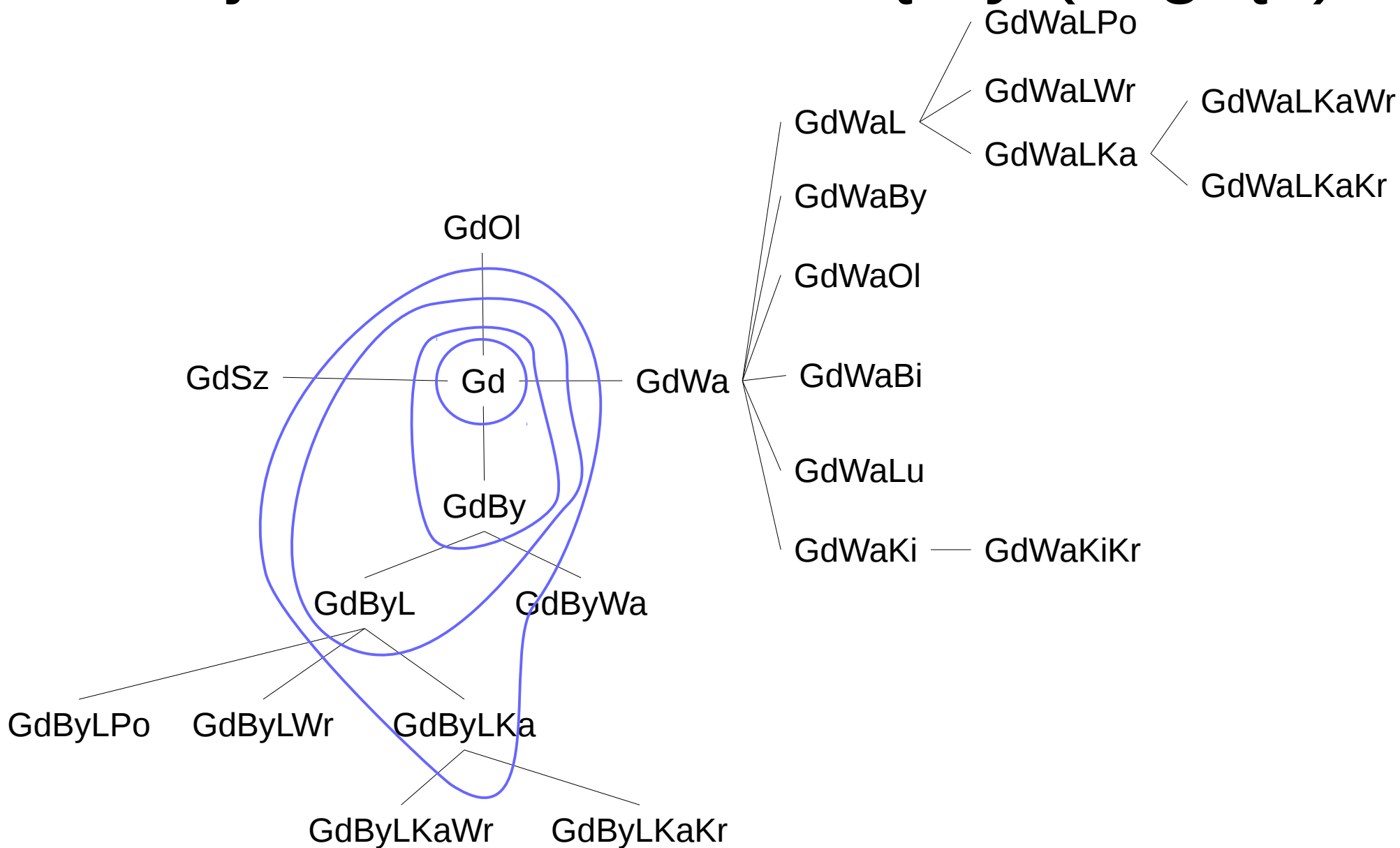
$A \leftarrow A \cup Y$



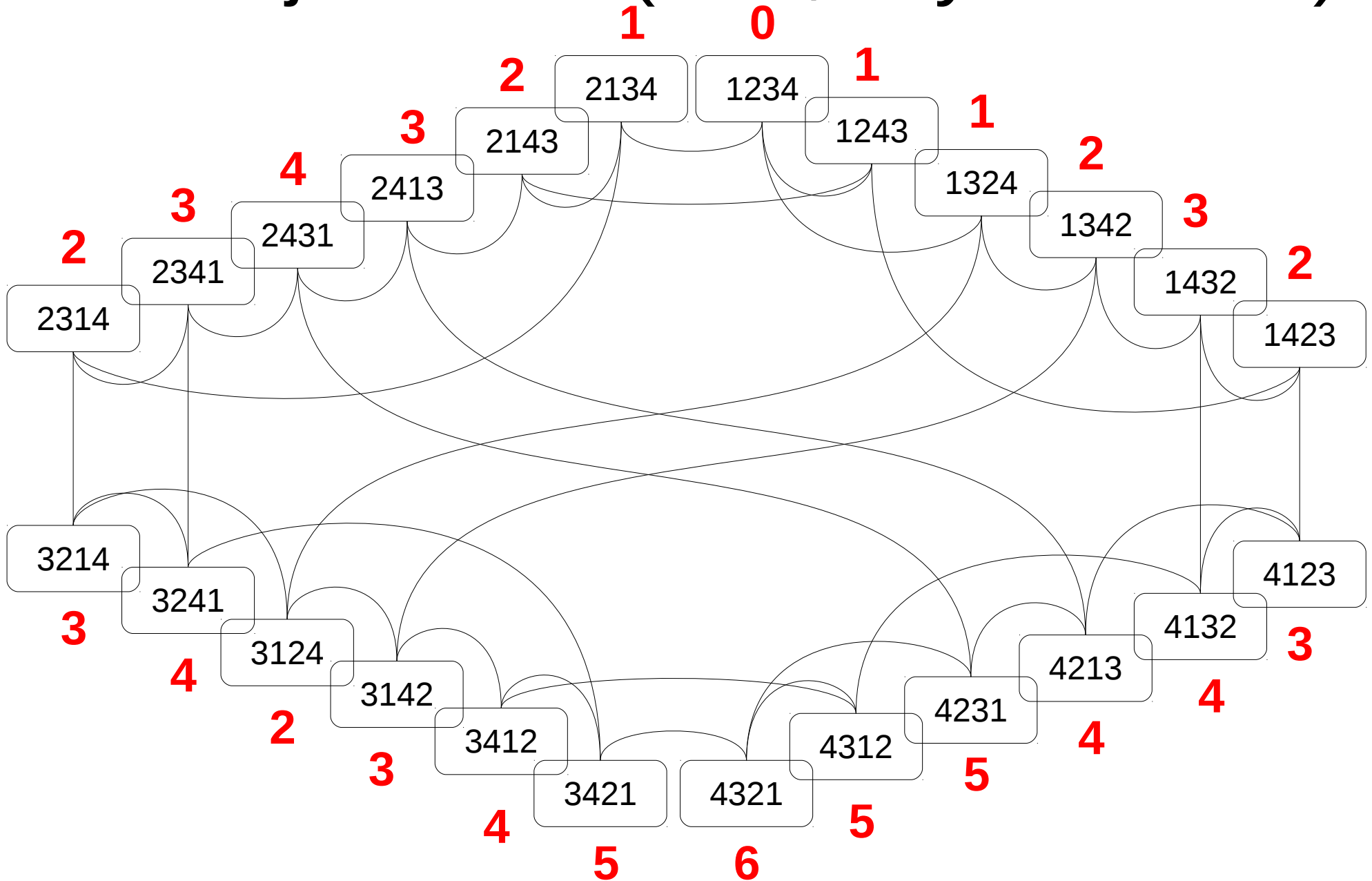
# Kolejne odwiedzone węzły (wszerz)



# Kolejne odwiedzone węzły (w głąb)



# Funkcja kosztu (celu, użyteczności)



# Algorytm najpierw najlepszy

*algorytm najpierw najlepszy*

$A \leftarrow \text{init}(s_0)$

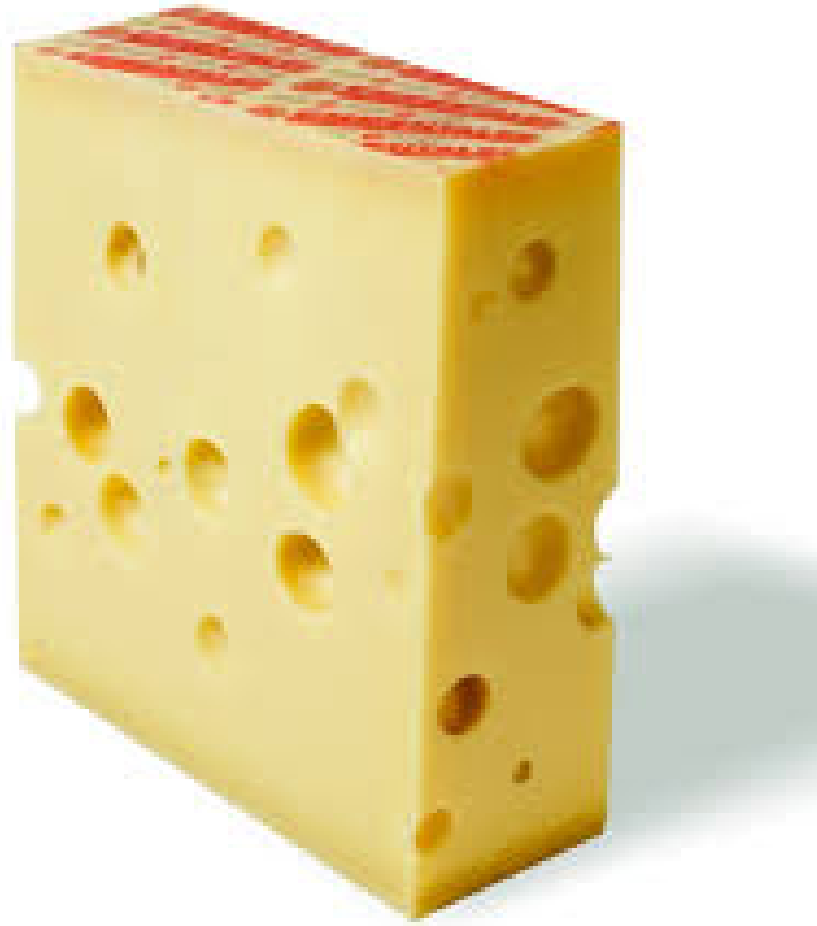
**while** ! stop

$x \leftarrow \text{popPriorityQueue}(A)$

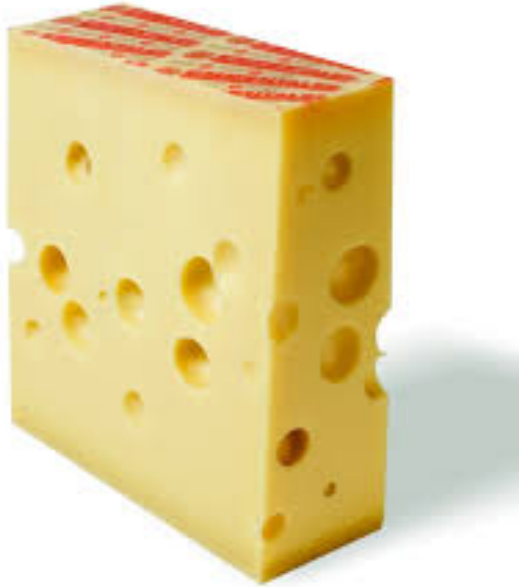
$Y \leftarrow \text{sqsiedzi}(x)$

$A \leftarrow A \cup Y$

Niech mi każdy powie szczerze,  
skąd się funkcja celu bierze?

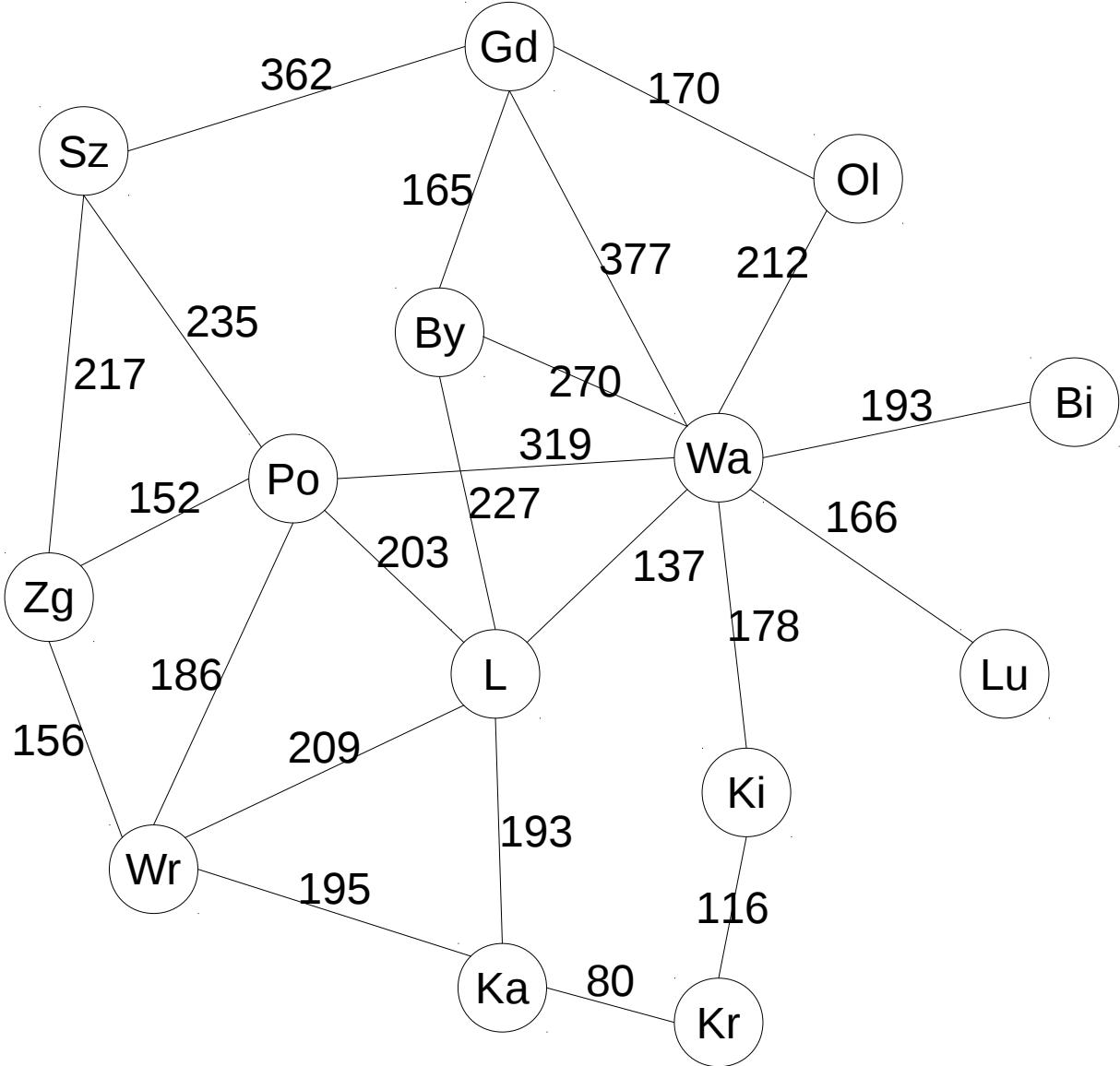


# Niech mi każdy powie szczerze, skąd się funkcja celu bierze?

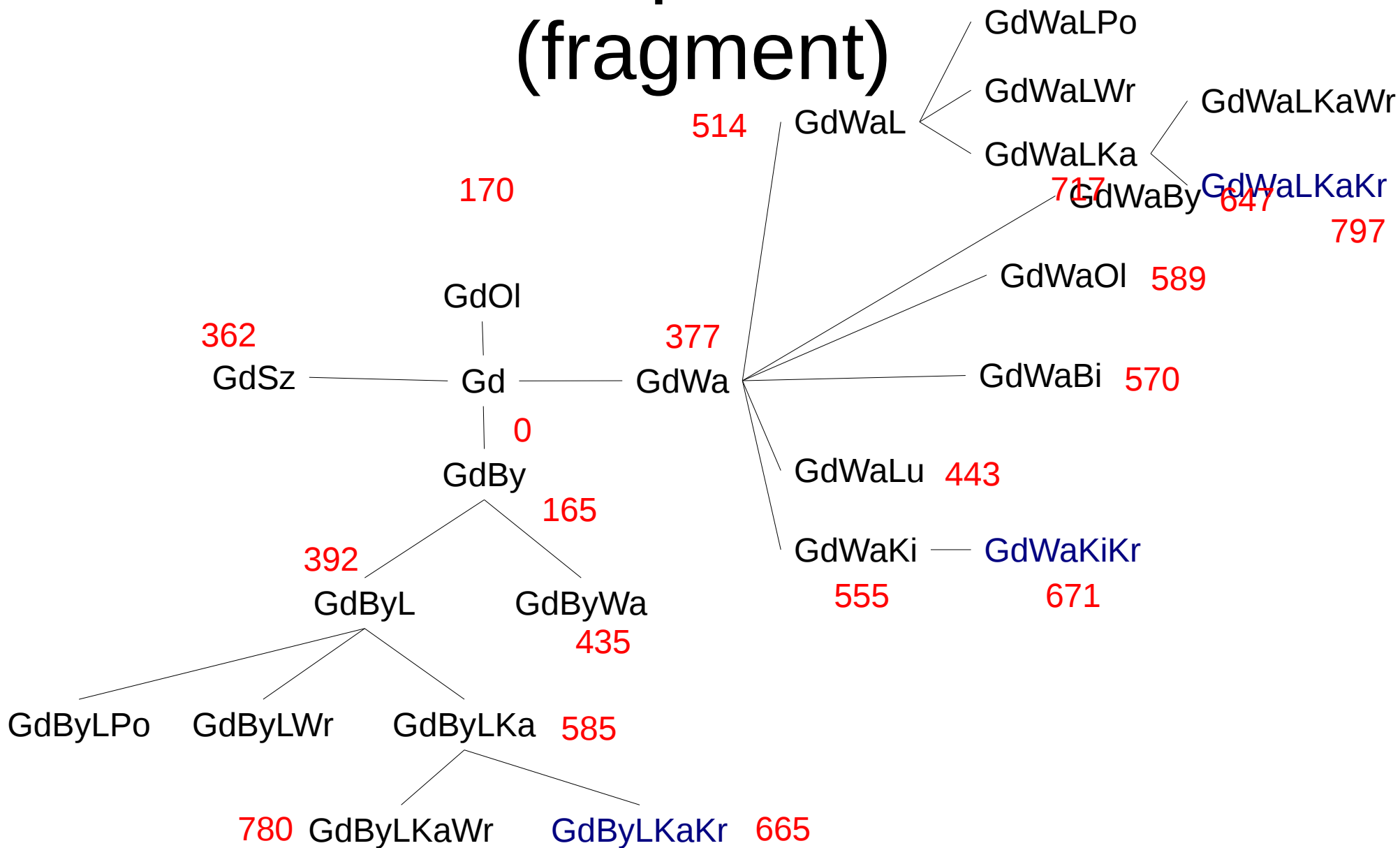


- Definicja funkcji celu zależy od rozwiązywanego zadania
- Rolą funkcji celu jest informowanie o stopniu przybliżenia się do rozwiązania

# Graf odległości

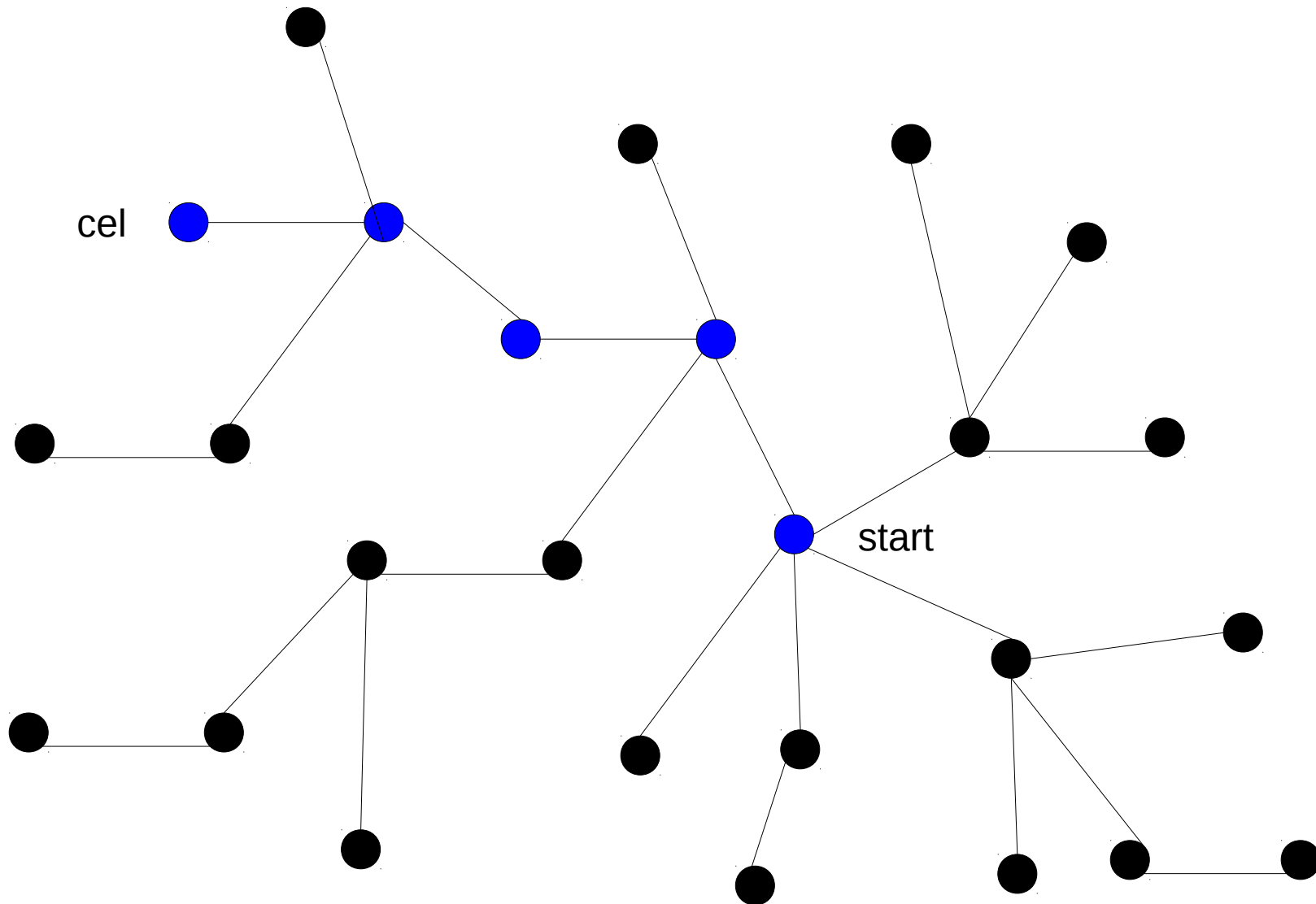


# Przestrzeń przeszukiwań (fragment)

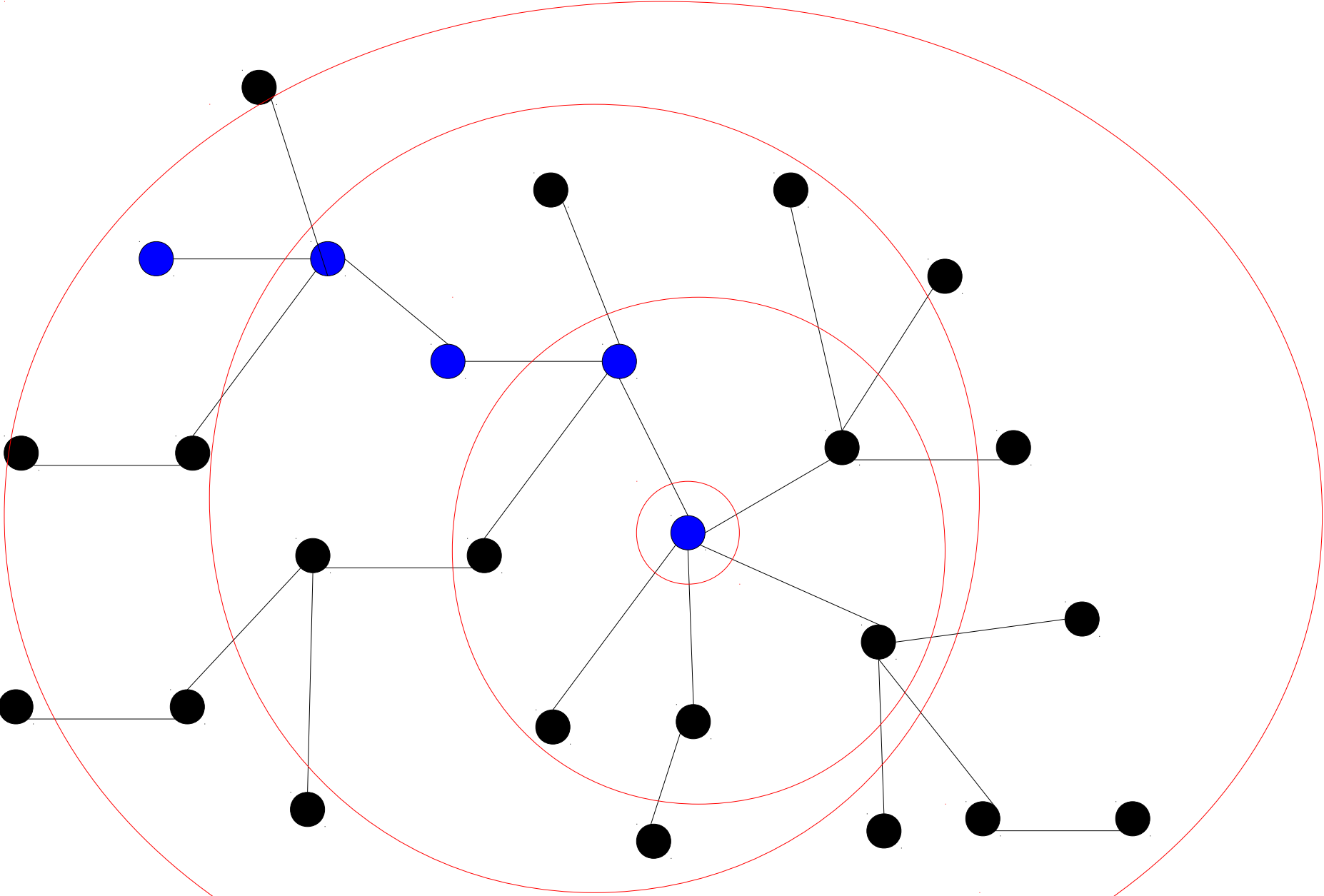




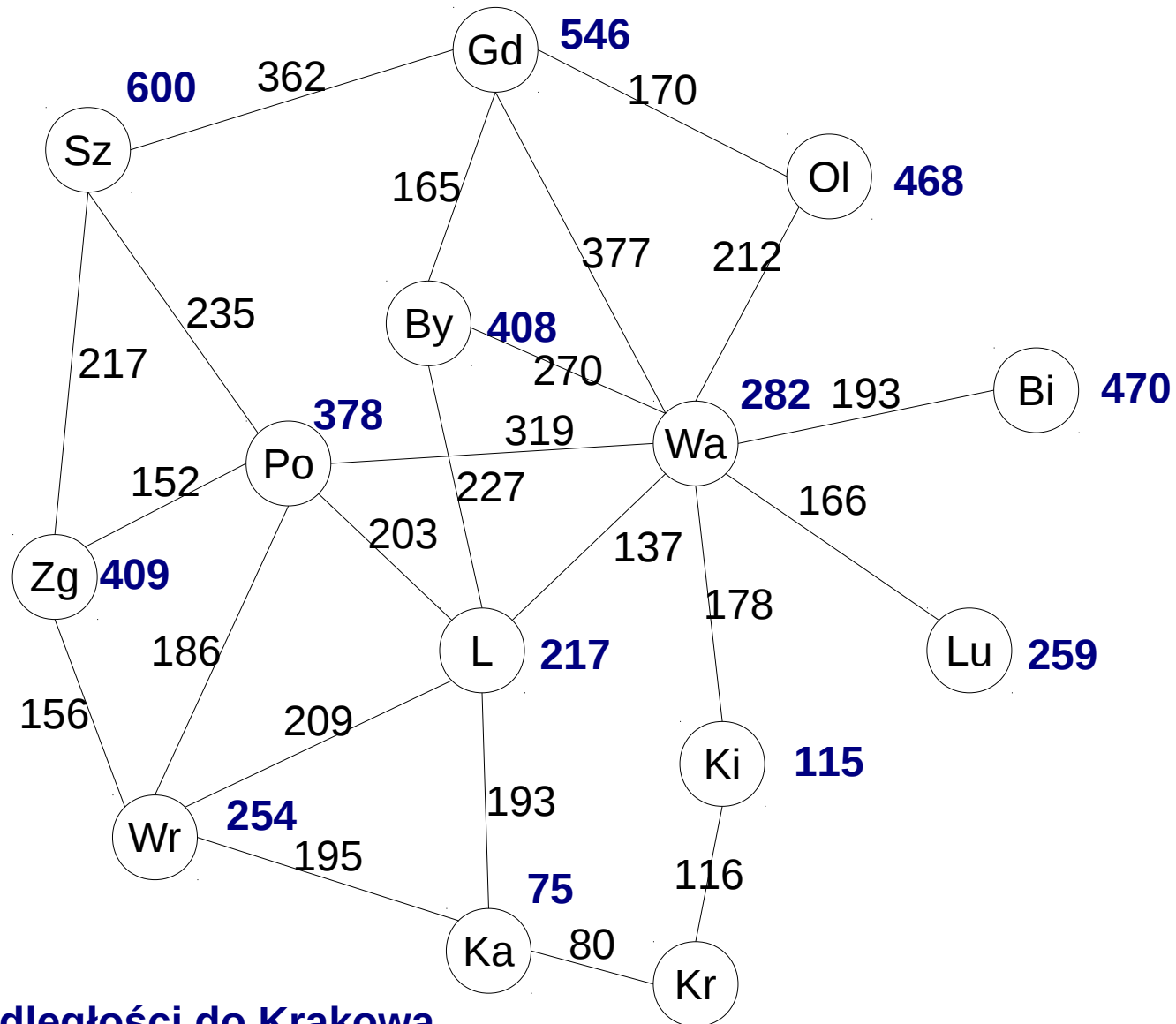
# Ścieżka do celu w przestrzeni przeszukiwań



# Funkcja kosztu

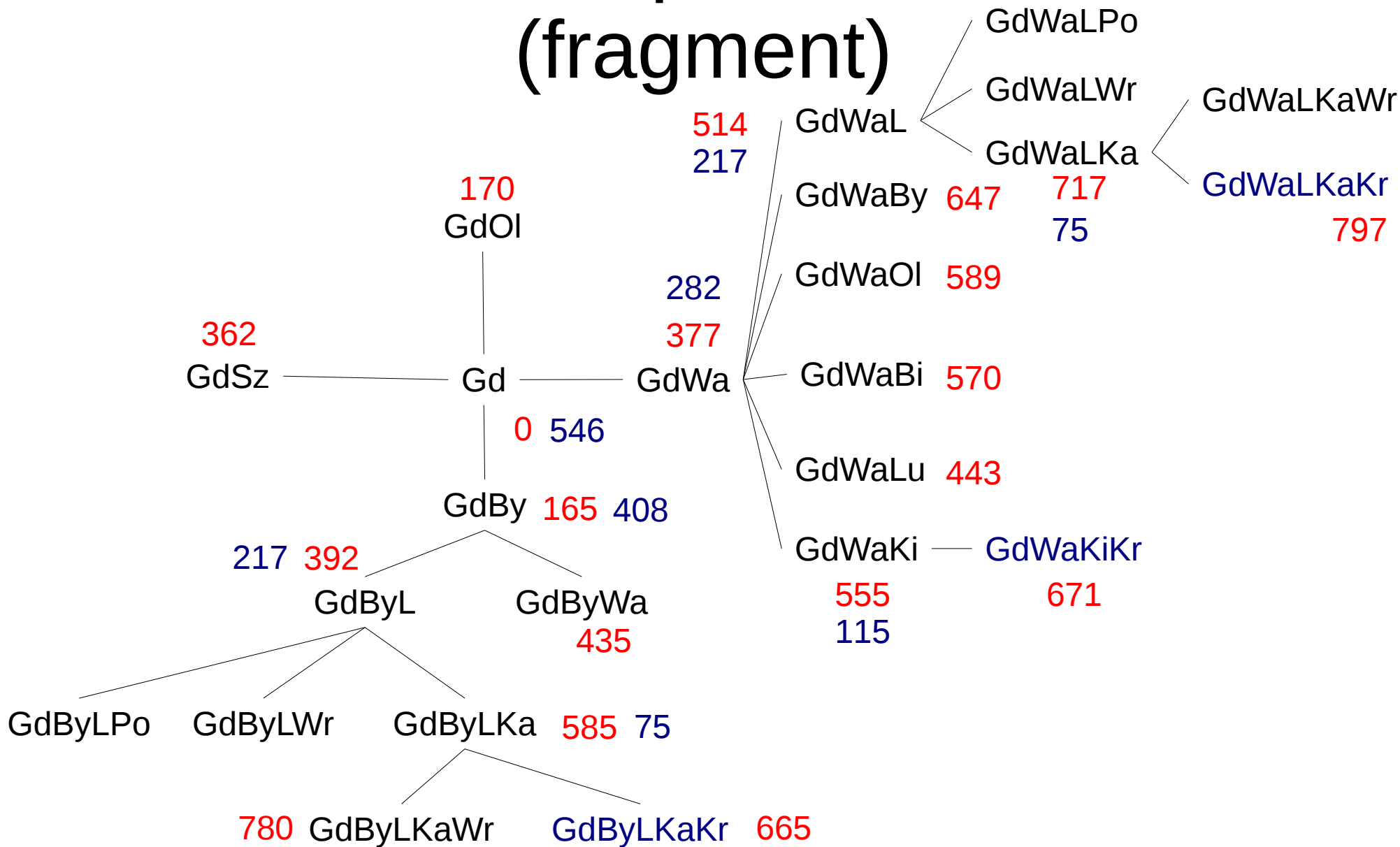


# Graf odległości i oszacowań

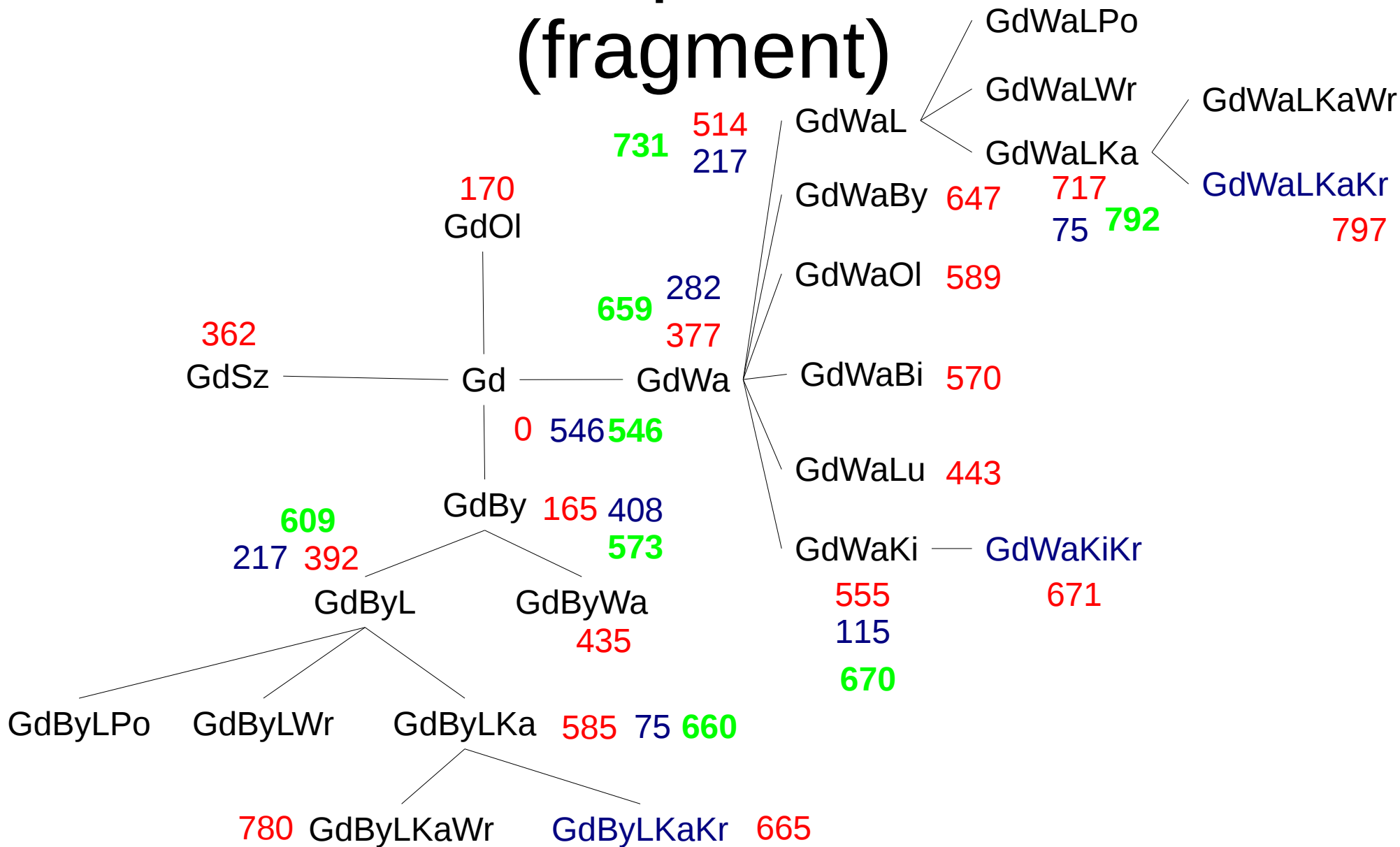


Odległości do Krakowa

# Przestrzeń przeszukiwań (fragment)



# Przestrzeń przeszukiwań (fragment)



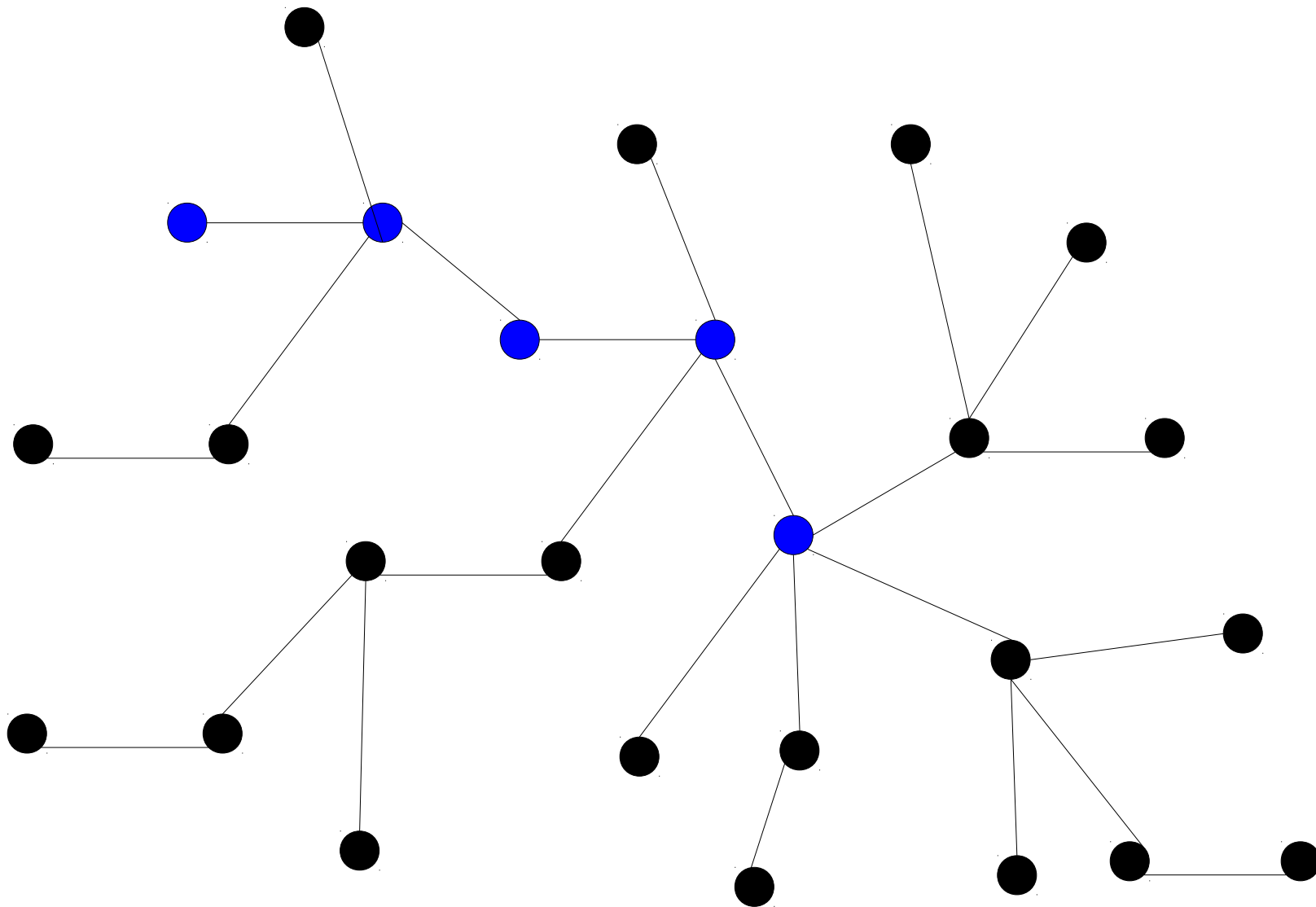
# Kiedy można mówić o funkcji heurystycznej

- Zadanie jest złożeniem składników
- Da się ocenić rozwiązanie częściowe
- Przestrzeń przeszukiwań obejmuje rozwiązania częściowe

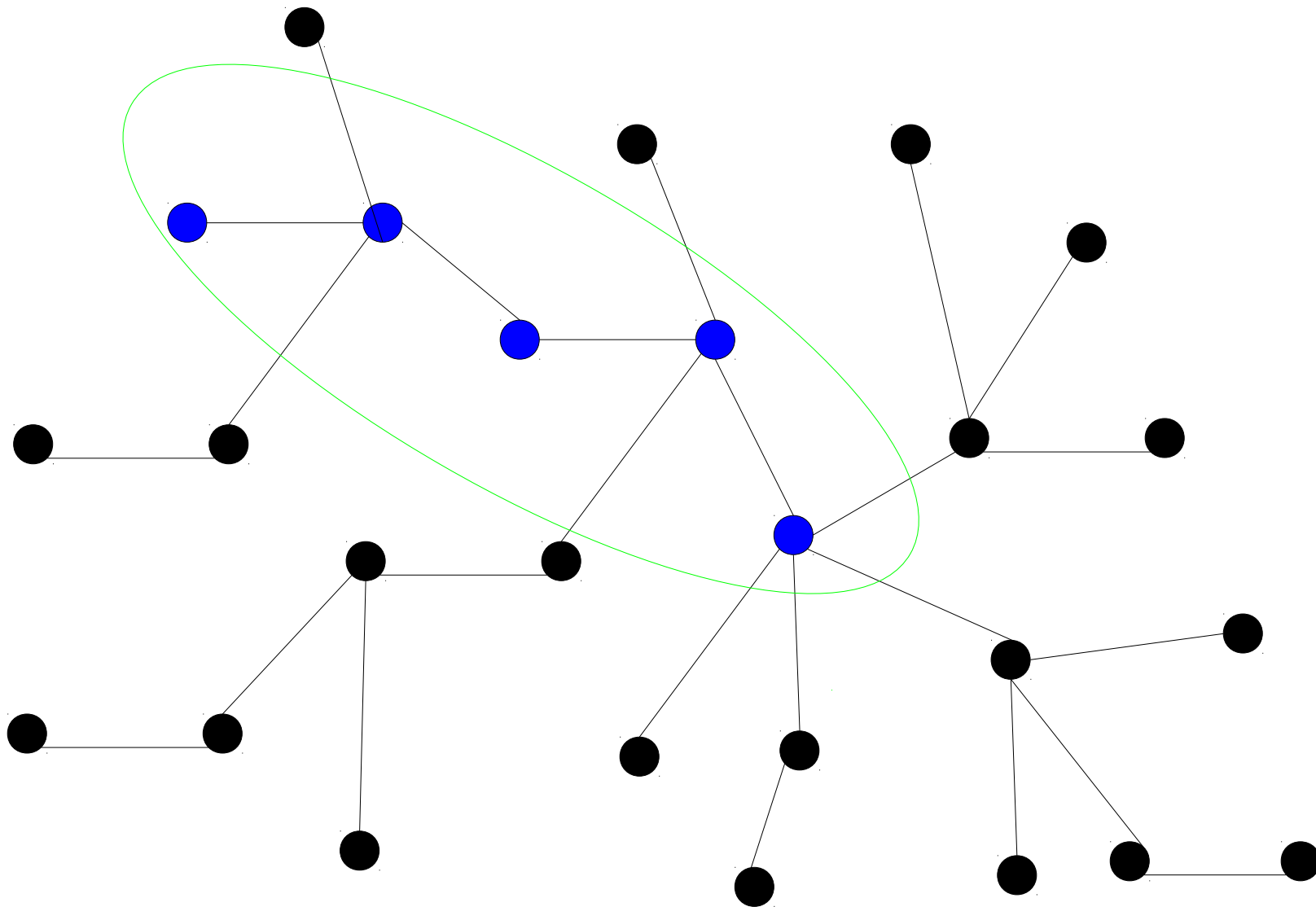
Algorytmy wszerz, w głąb, najpierw najlepszy są stosowalne w przestrzeniach rozwiązań częściowych

Pożądana jest drzewiasta struktura przestrzeni  $A^*$  jest odmianą najpierw najlepszy, która korzysta z sumy  $f$ . kosztu i  $f$ . heurystycznej

# Idealna funkcja heurystyczna



# Idealna funkcja heurystyczna



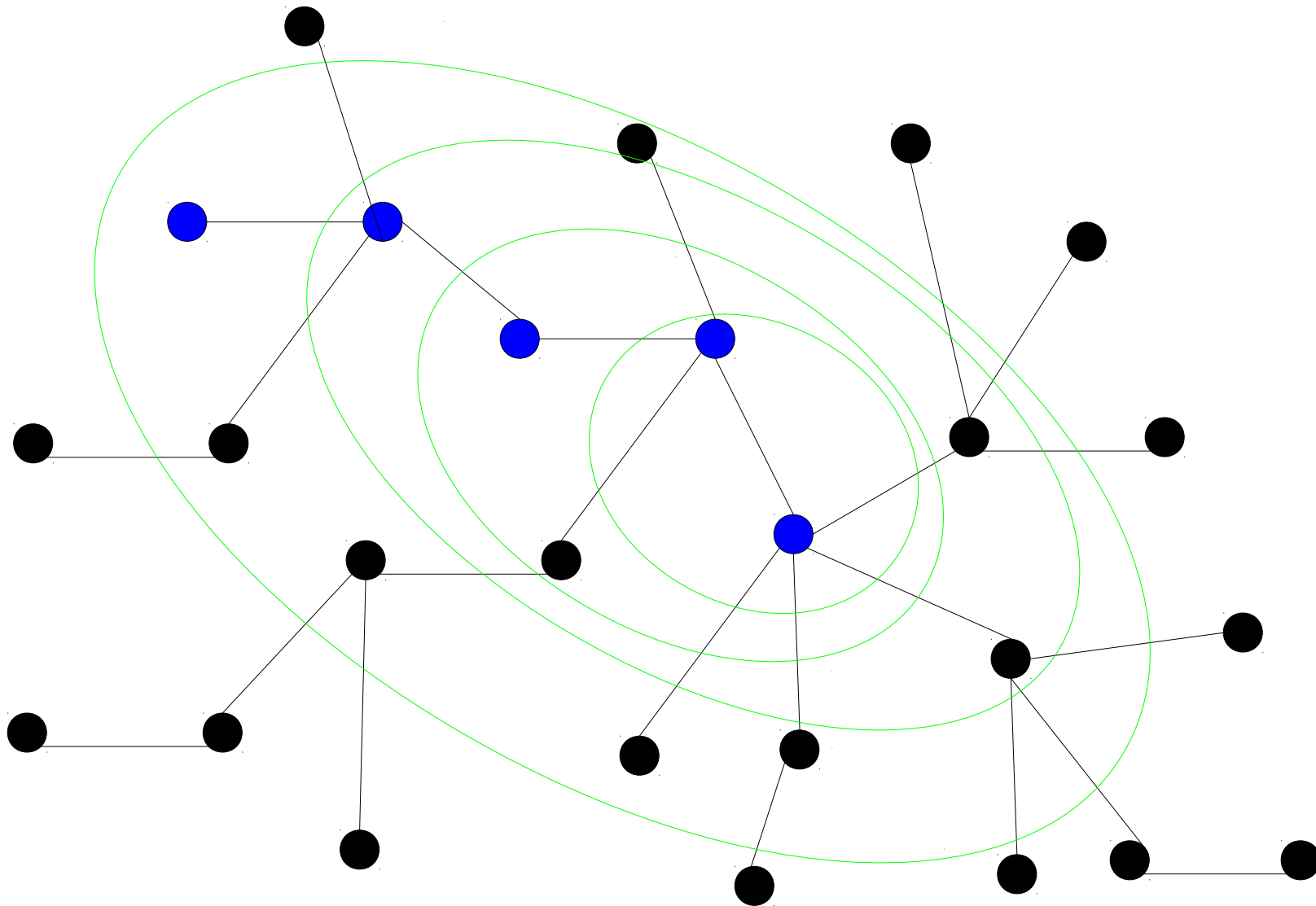


WANTED

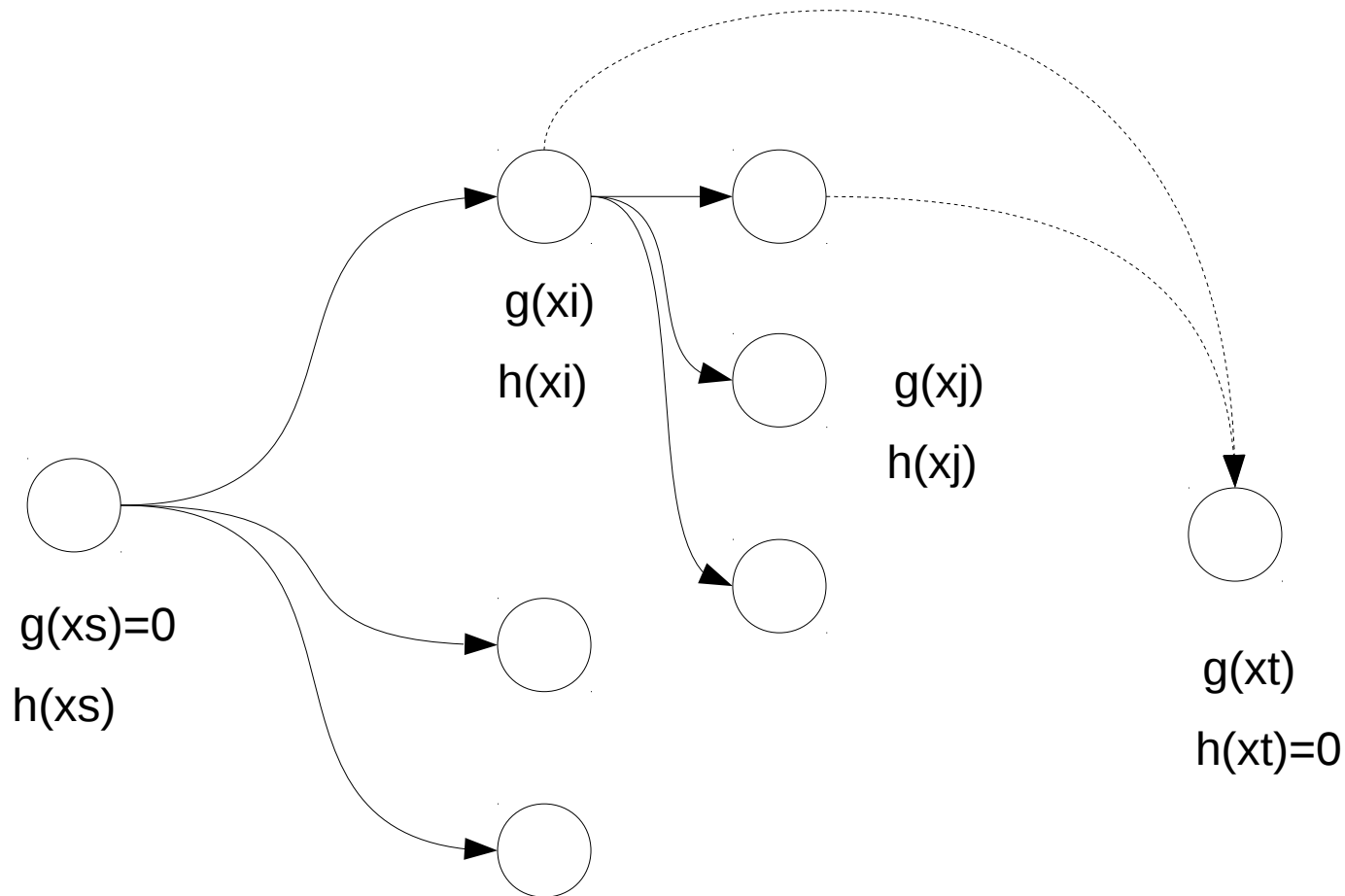


an oracle

# Nieidealna funkcja heurystyczna



# Funkcja heurystyczna (dla problemu minimalizacji)



Nadmierny optymizm

Błąd oszacowania malejący wraz ze zbliżaniem się do rozwiązania

dopuszczalność:  $g(x)+h(x)\leq g(xt)$

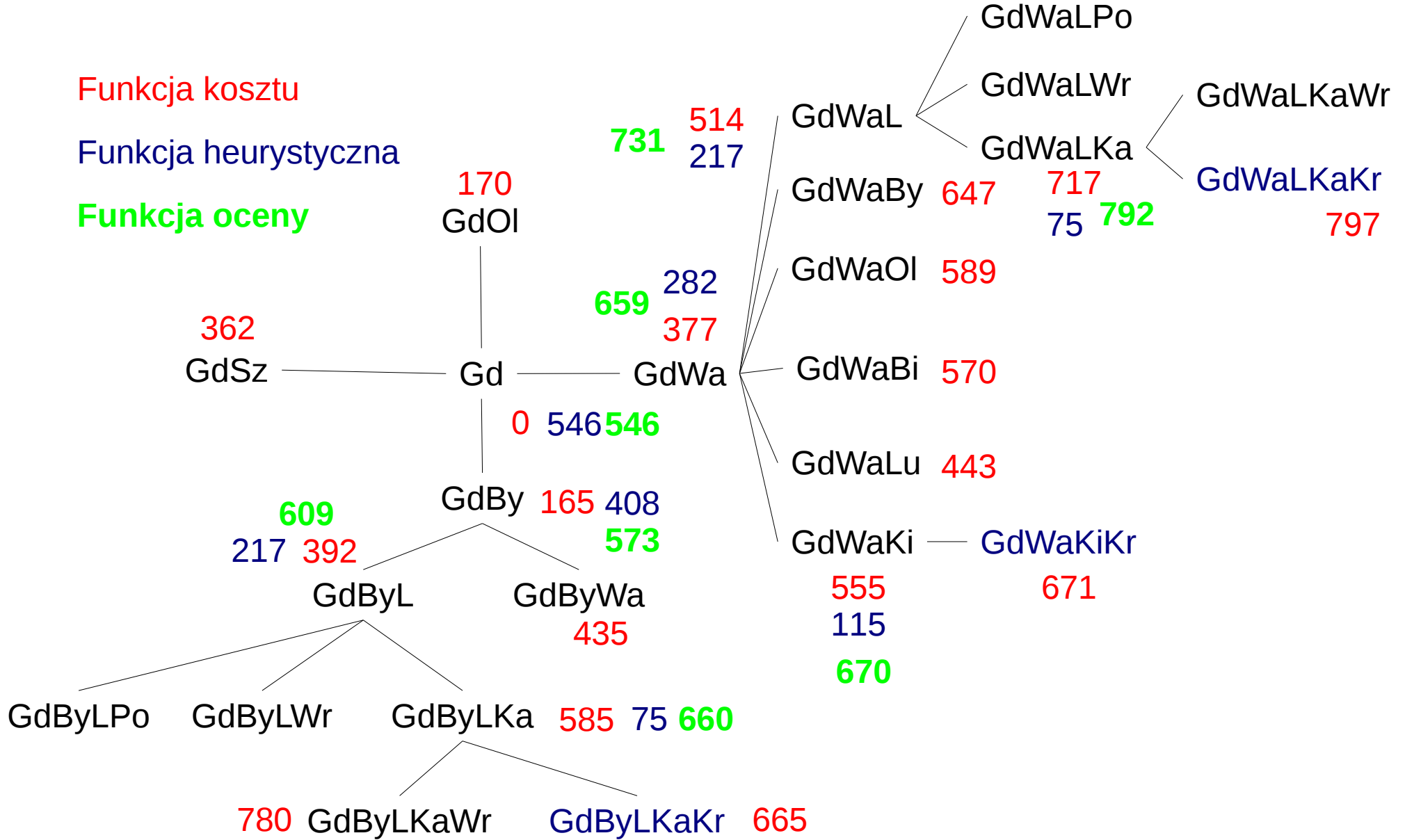
monotoniczność:  $g(xj)+h(xj)\geq g(xi)+h(xi)$

# Funkcja kosztu i heurystyczna

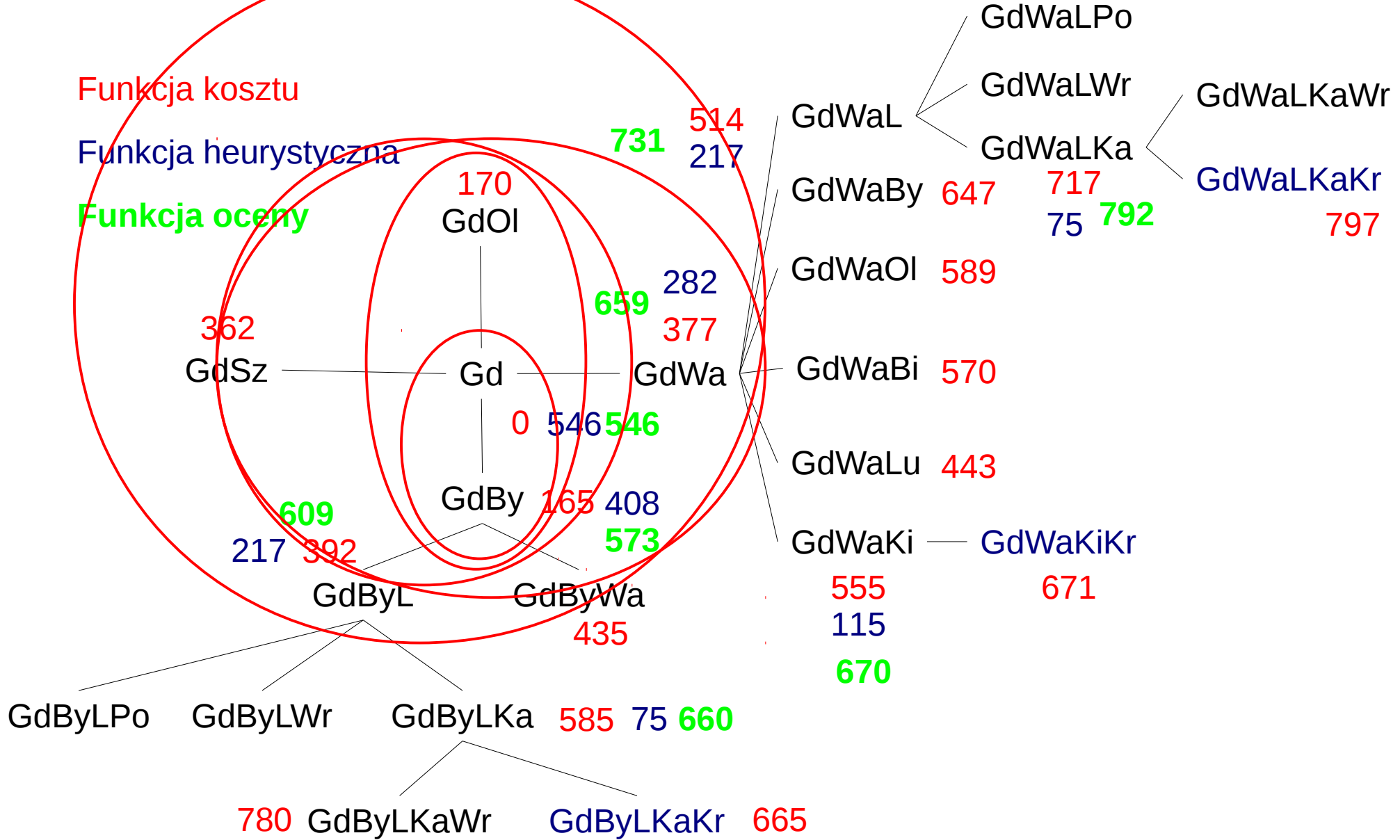
Funkcja kosztu

Funkcja heurystyczna

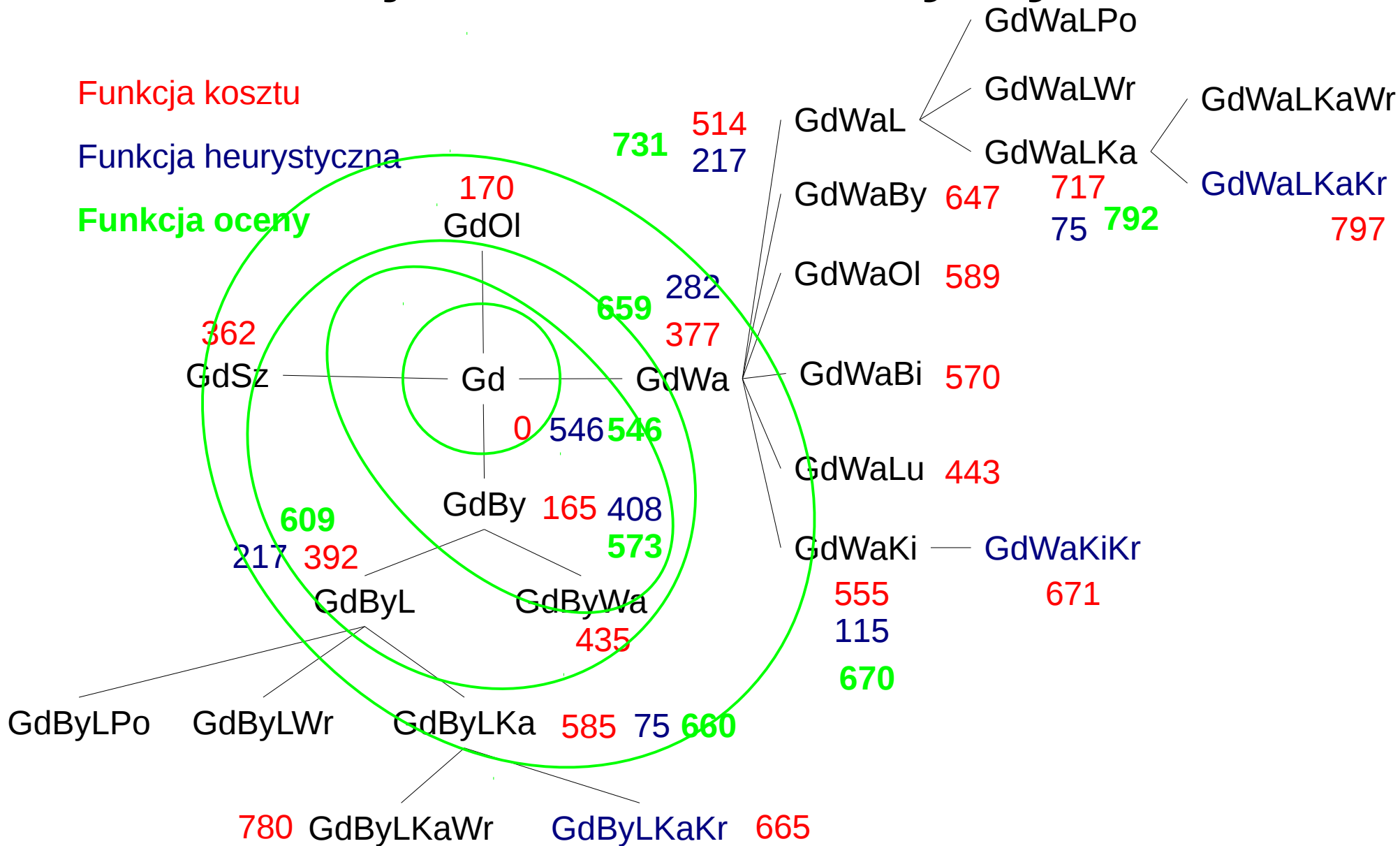
Funkcja oceny



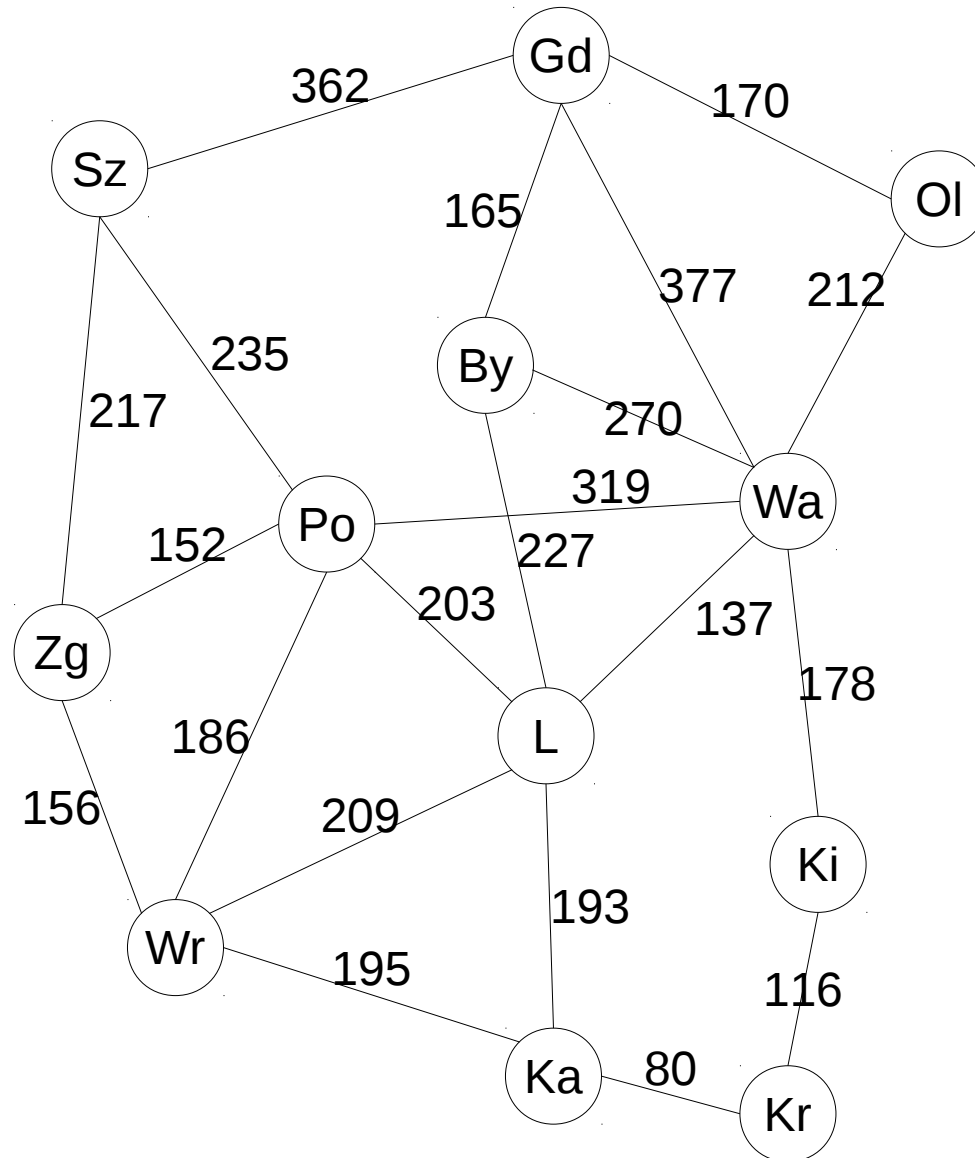
# Funkcja kosztu



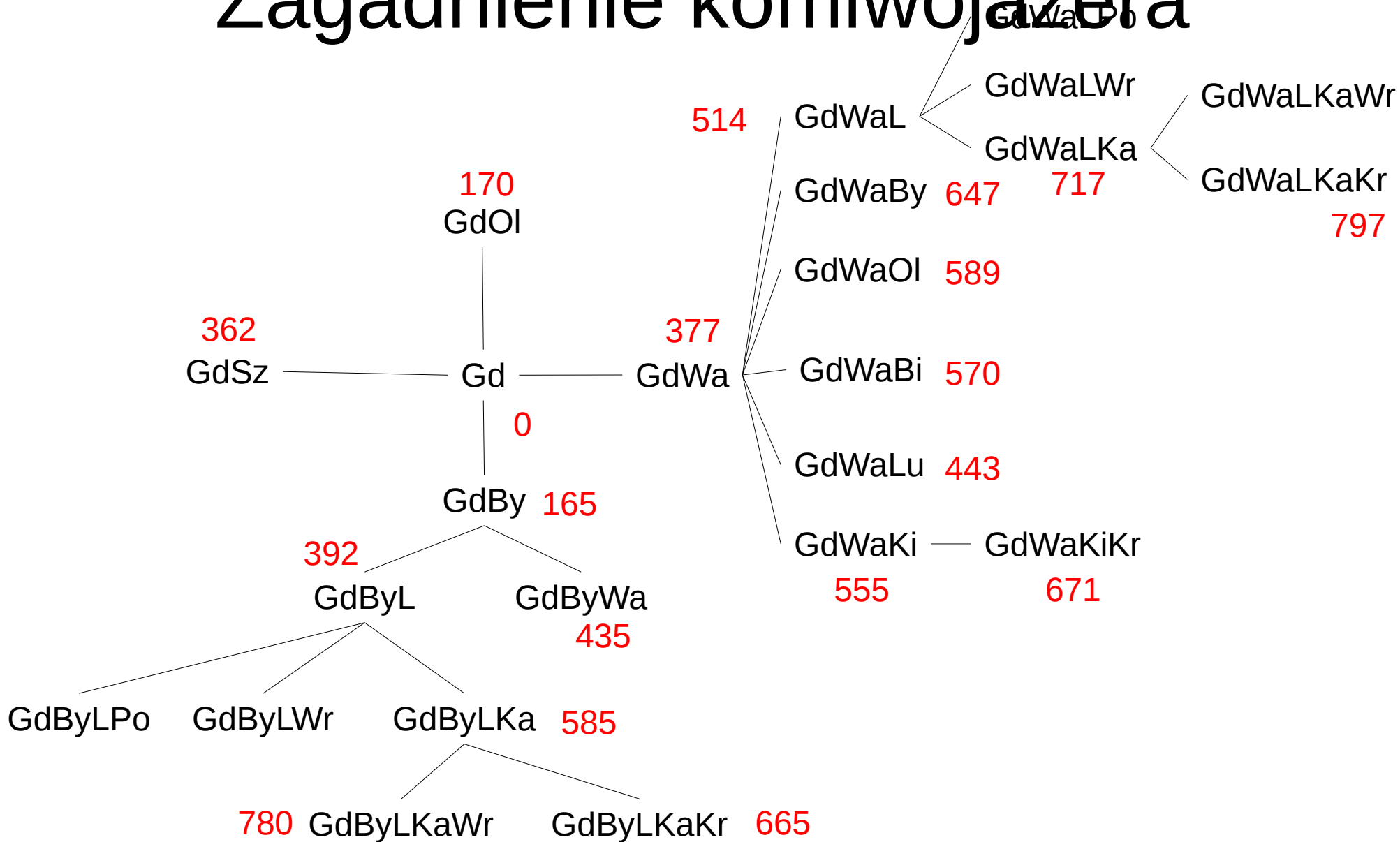
# Funkcja kosztu+heurystyczna



# Zagadnienie komiwojażera

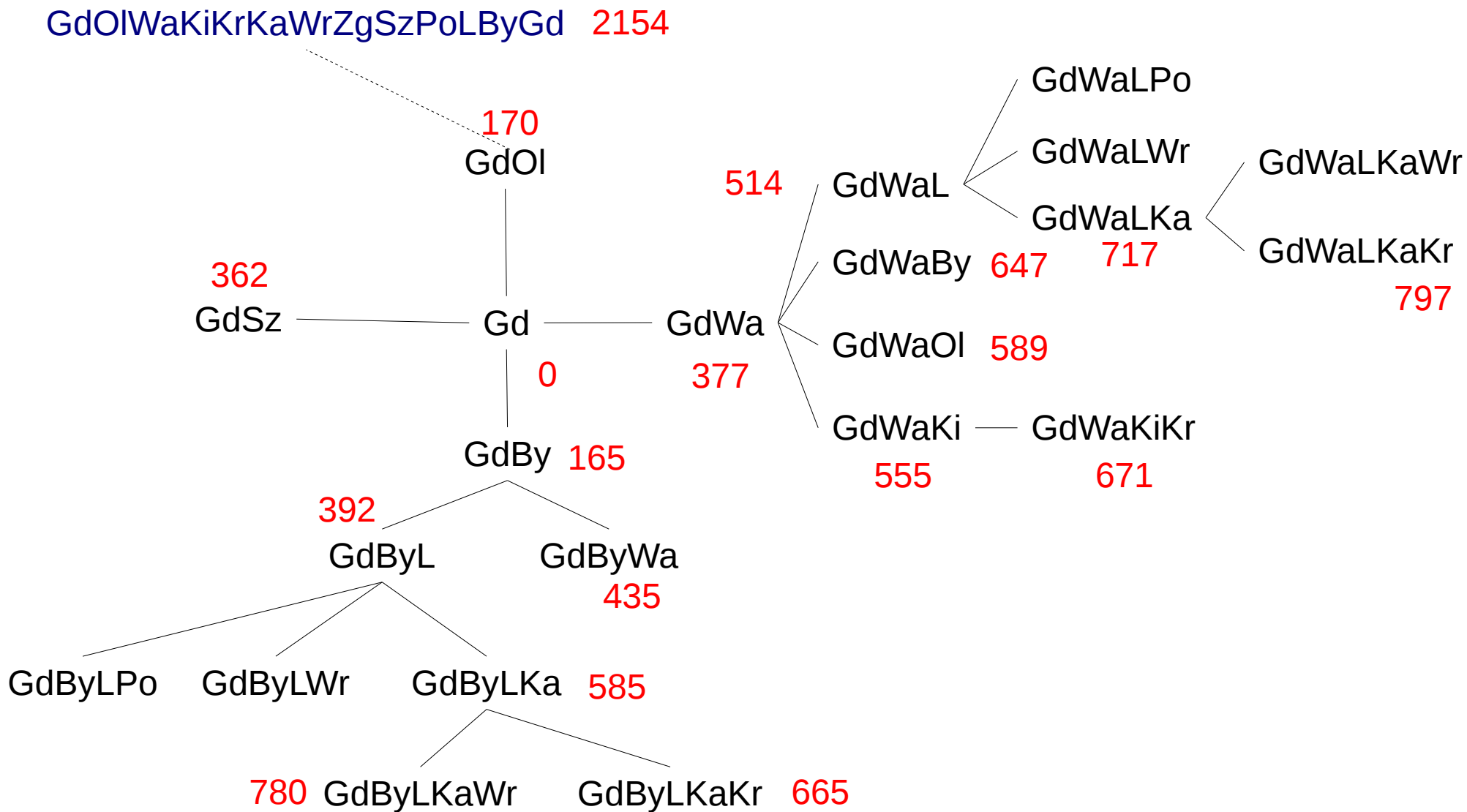


# Zagadnienie komiwojażera

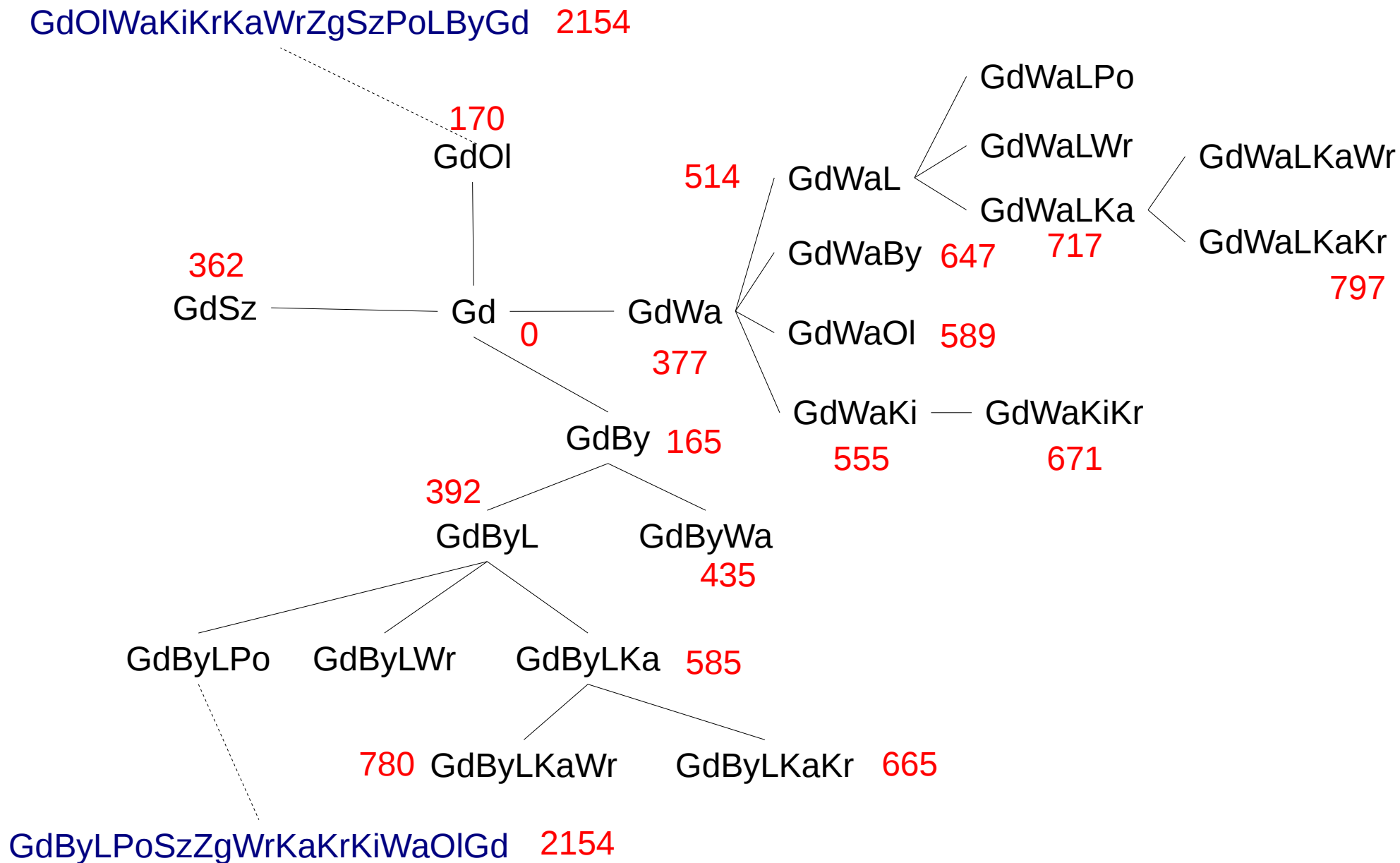




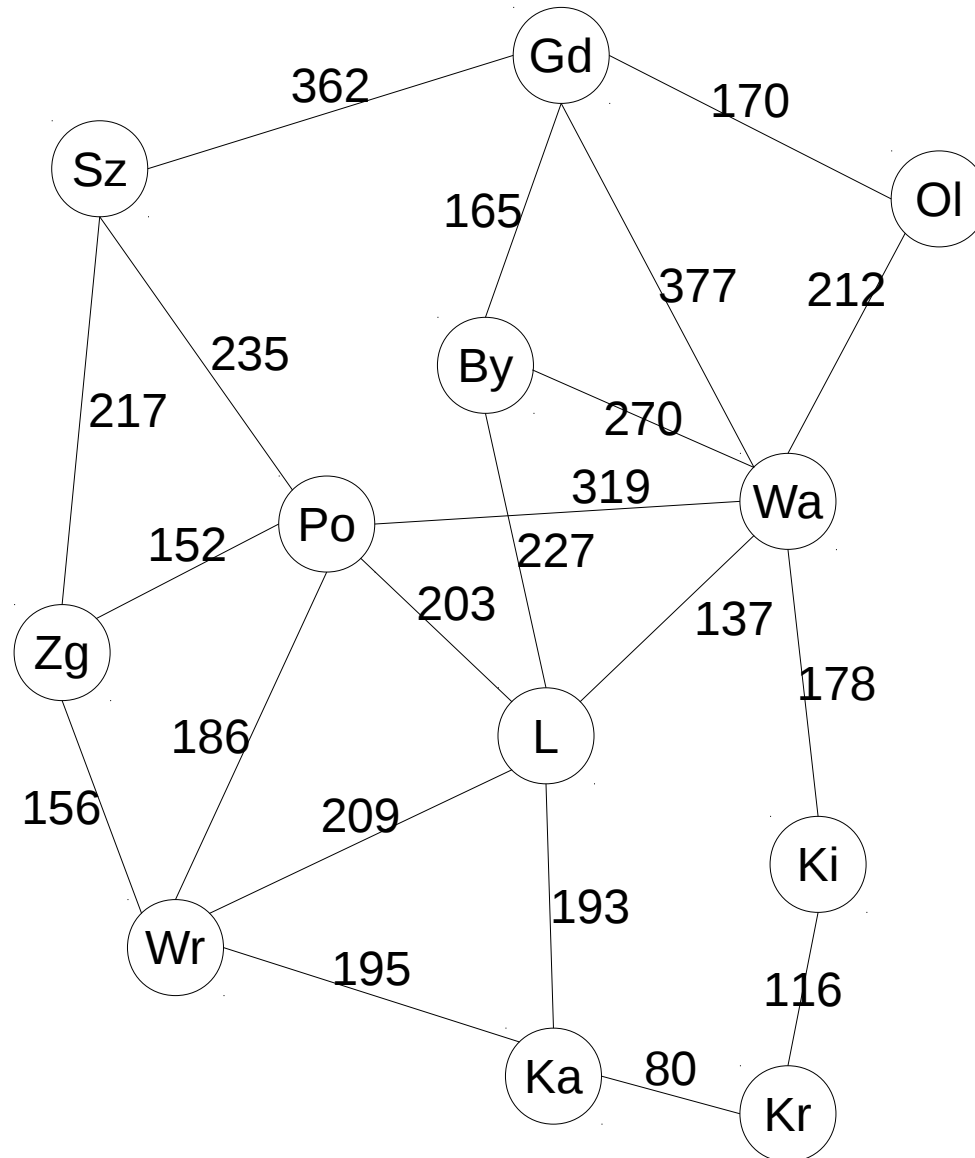
# Zagadnienie komiwojażera



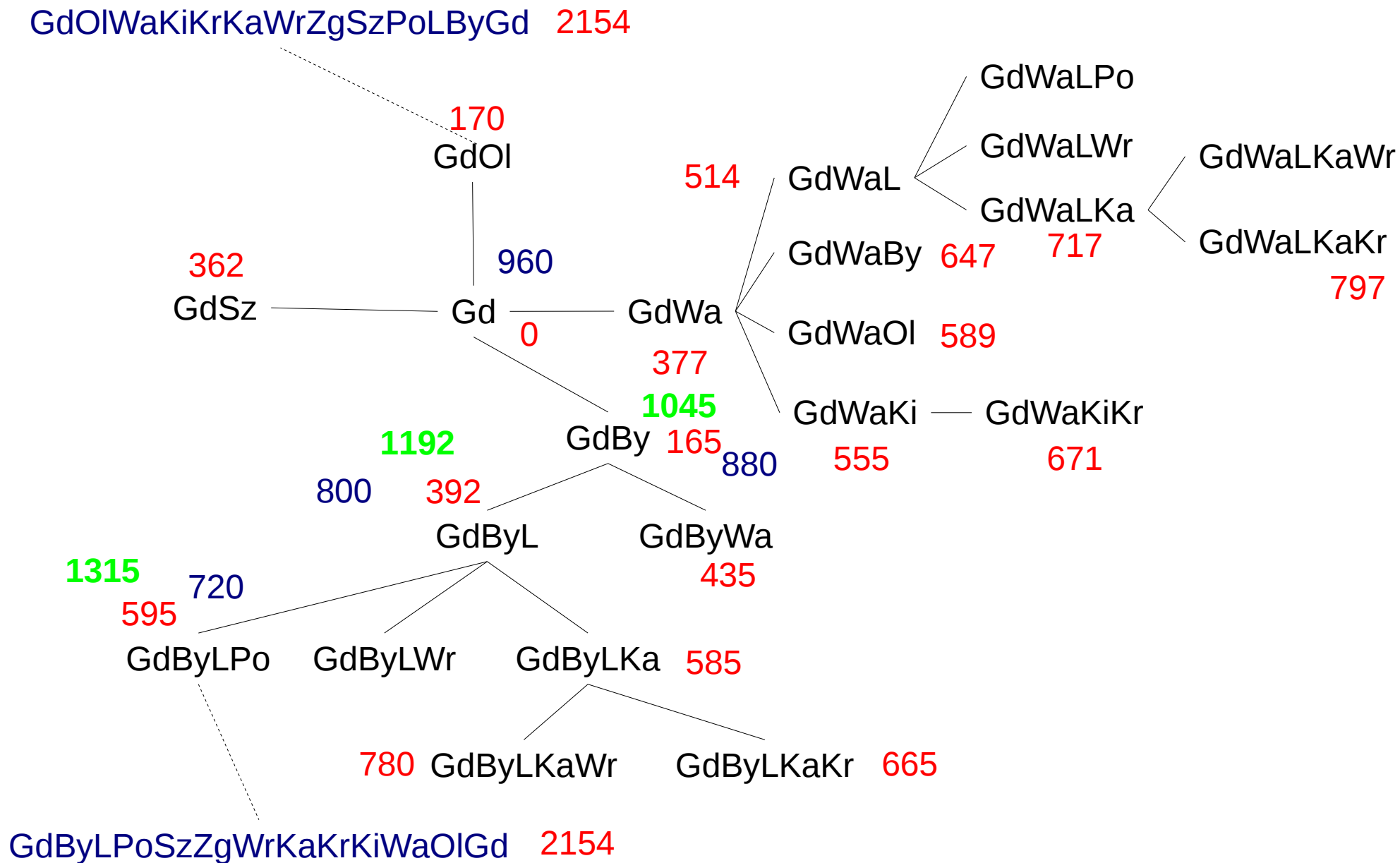
# Zagadnienie komiwojażera



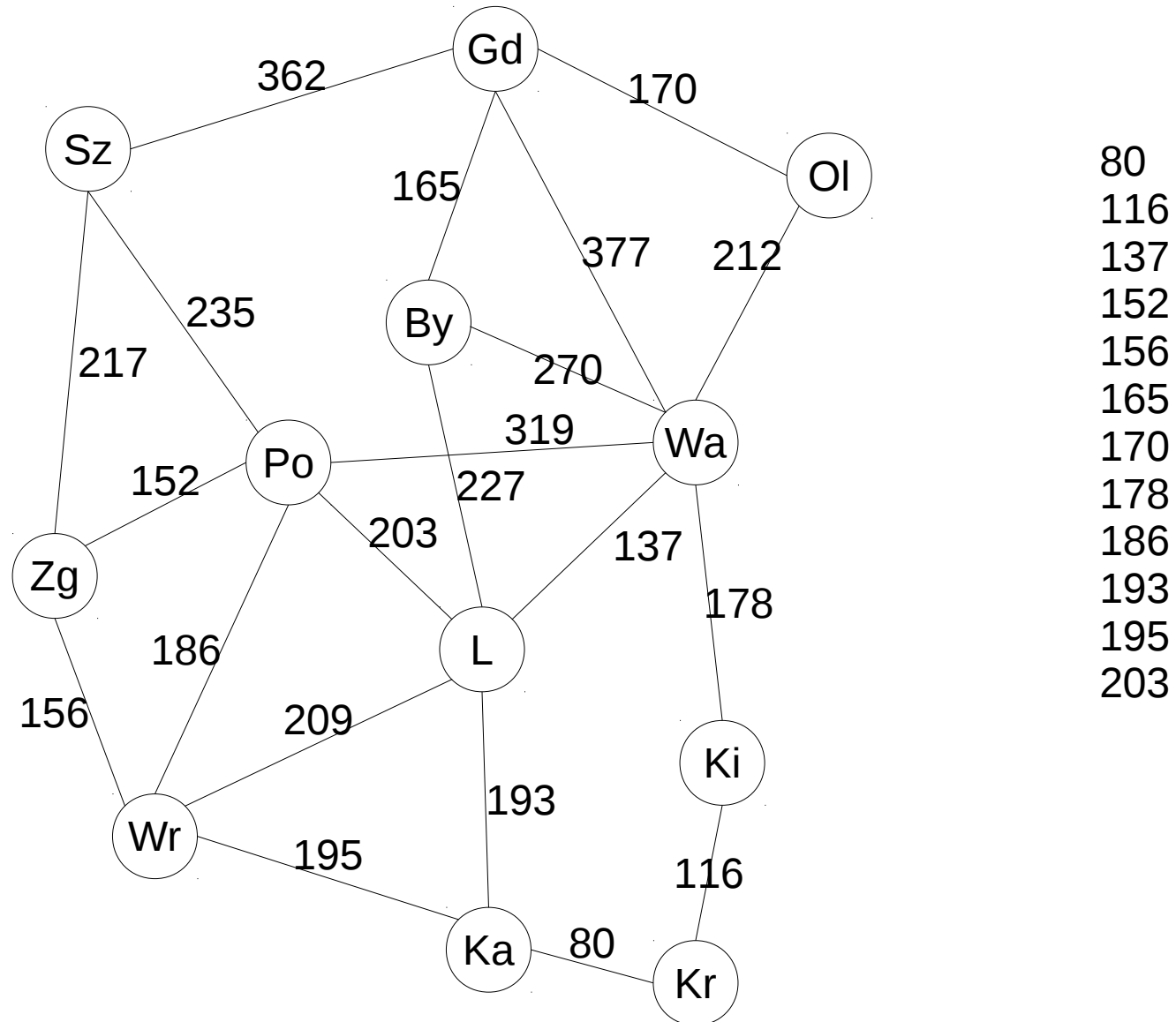
# Zagadnienie komiwojażera



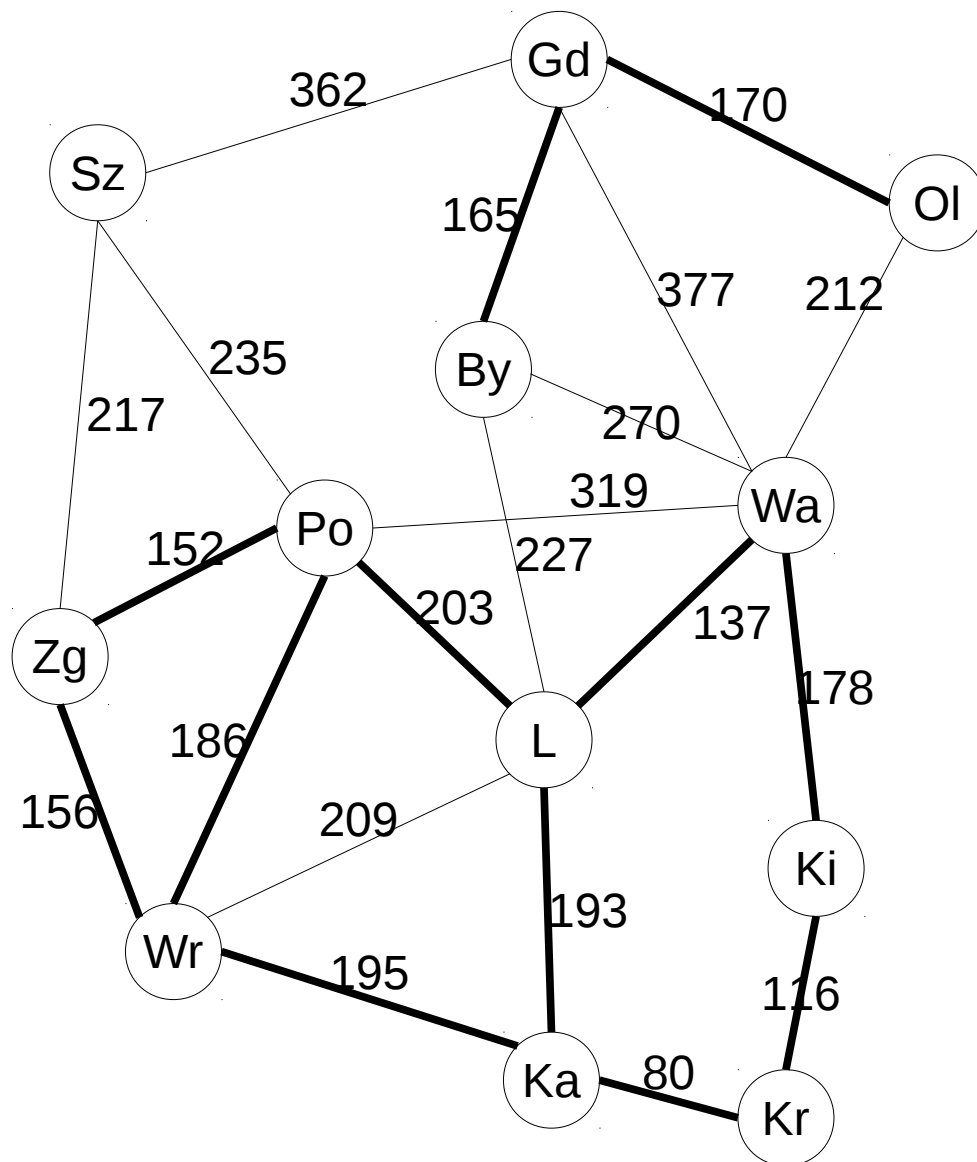
# Zagadnienie komiwojażera



# Zagadnienie komiwojażera



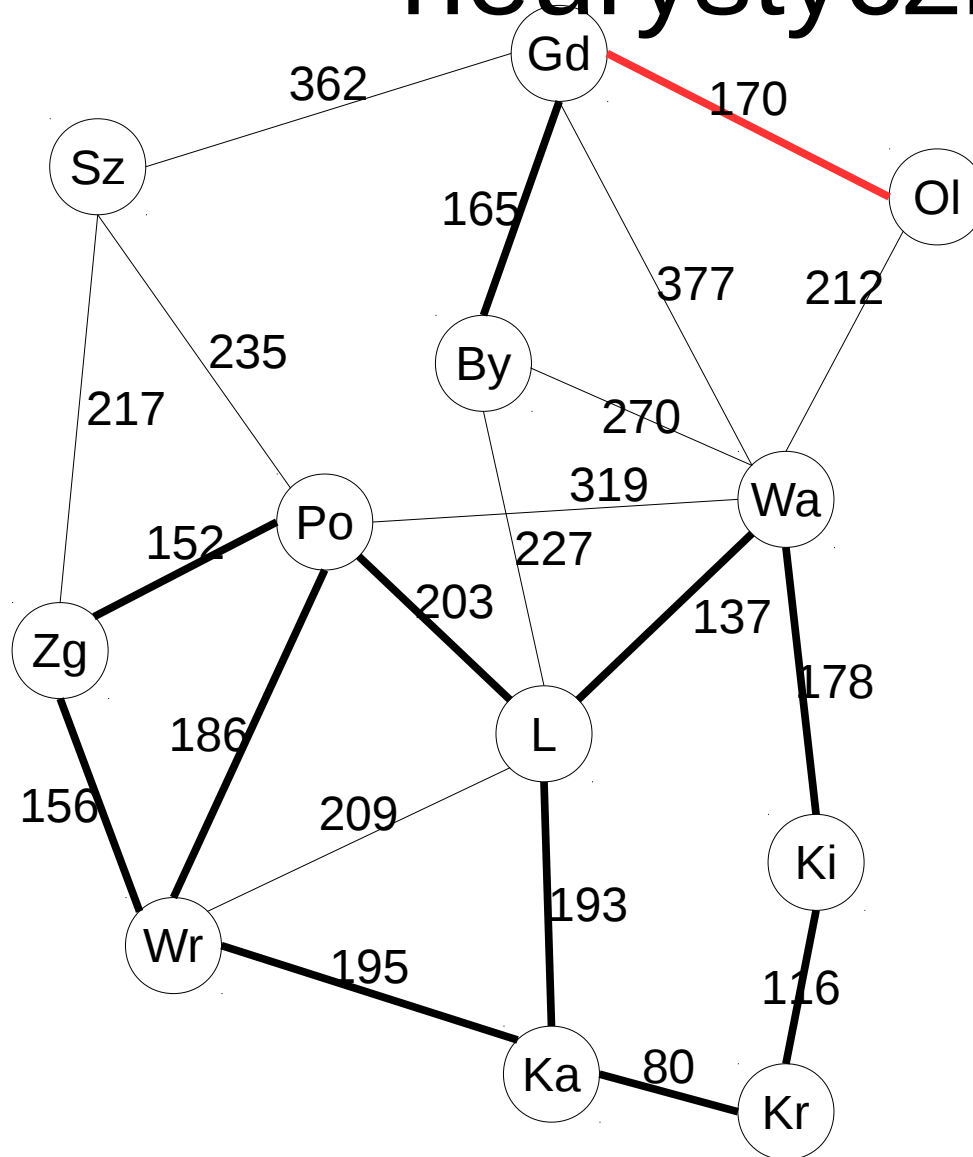
# Funkcja heurystyczna



Posortowana lista wag krawędzi

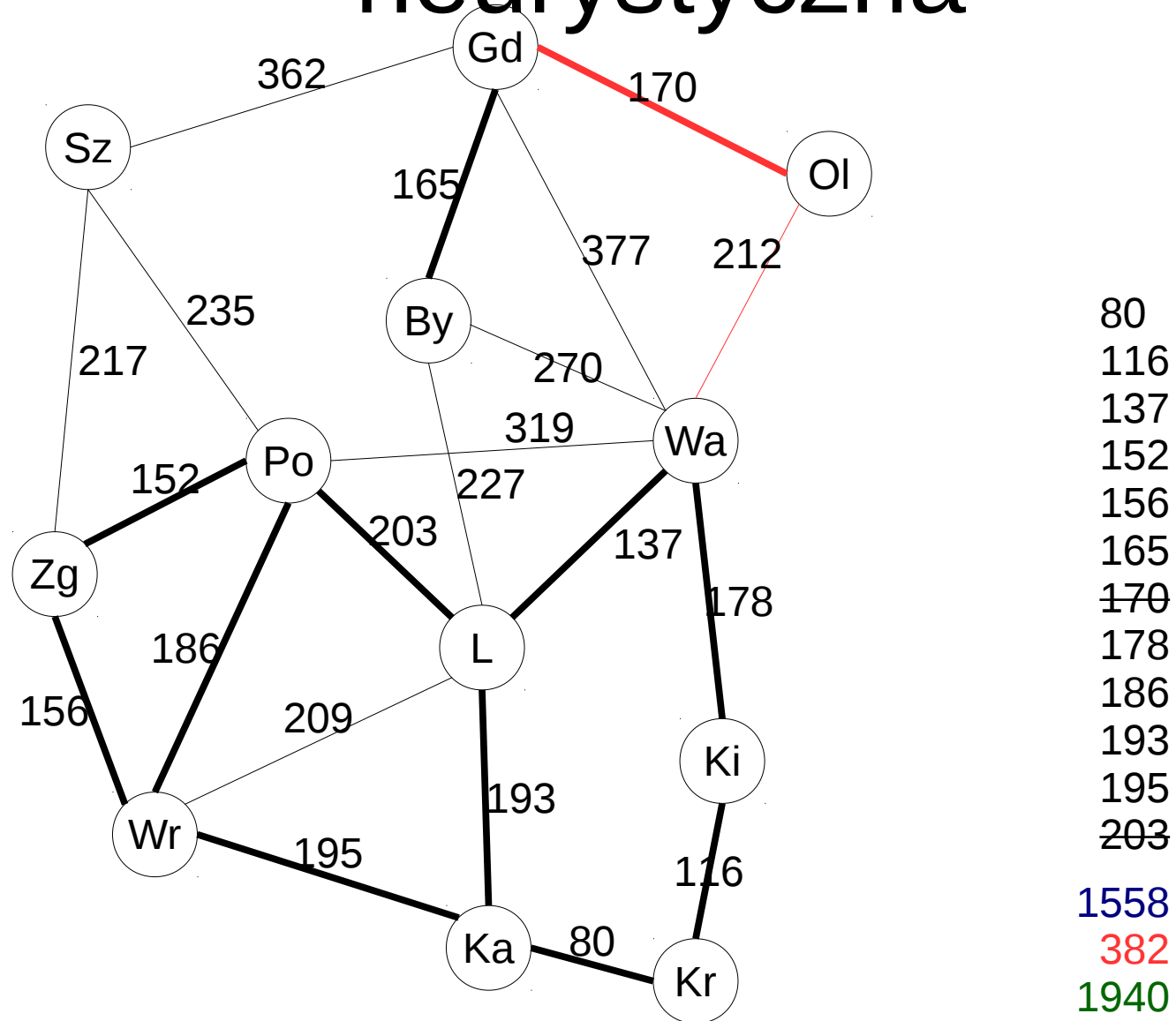
80  
116  
137  
152  
156  
165  
170  
178  
186  
193  
195  
203  
1931

# Koszt ścieżki a funkcja heurystyczna



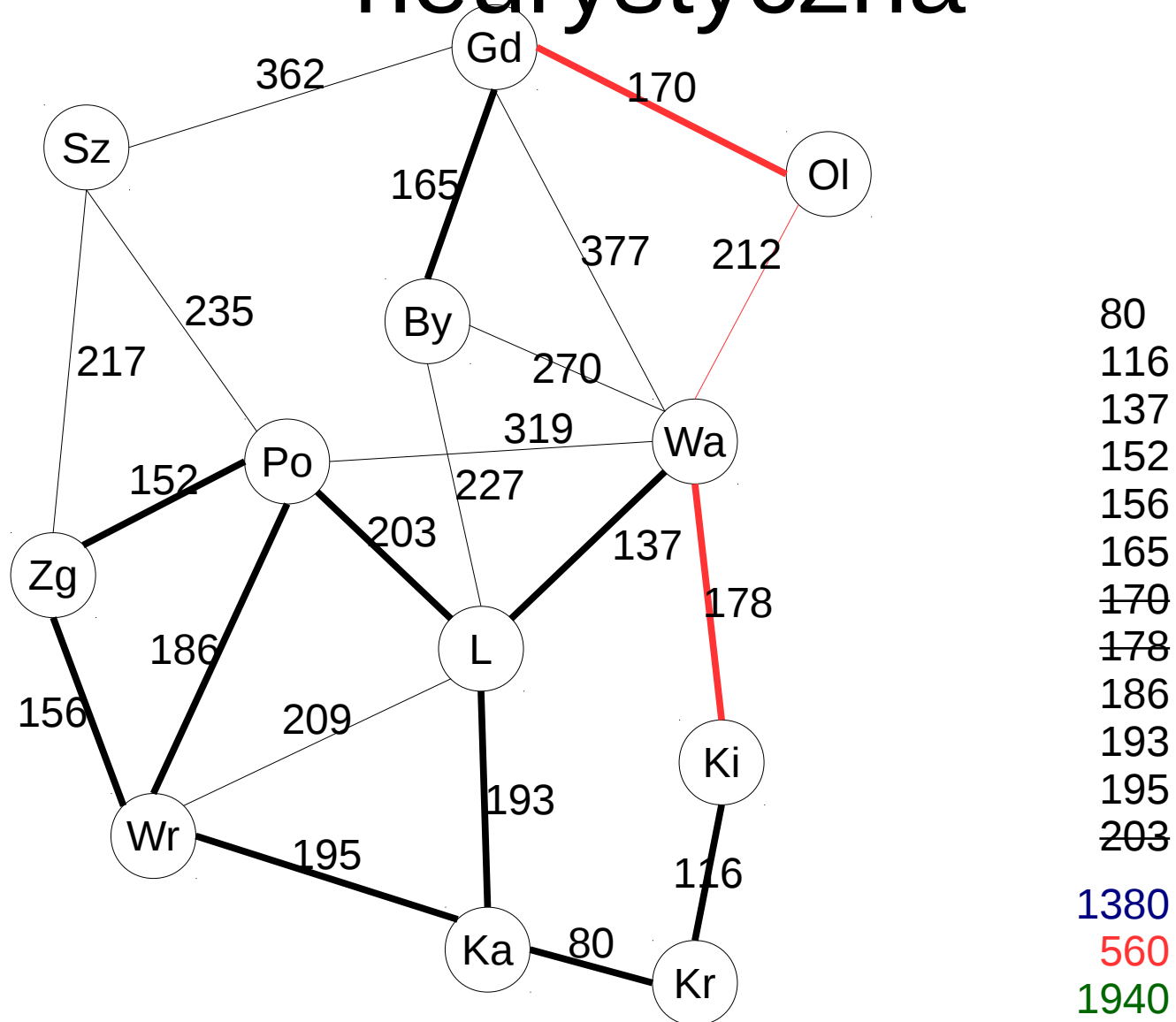
- 80
- 116
- 137
- 152
- 156
- 165
- 170
- 178
- 186
- 193
- 195
- 203
- 1761
- 170
- 1931

# Koszt ścieżki a funkcja heurystyczna

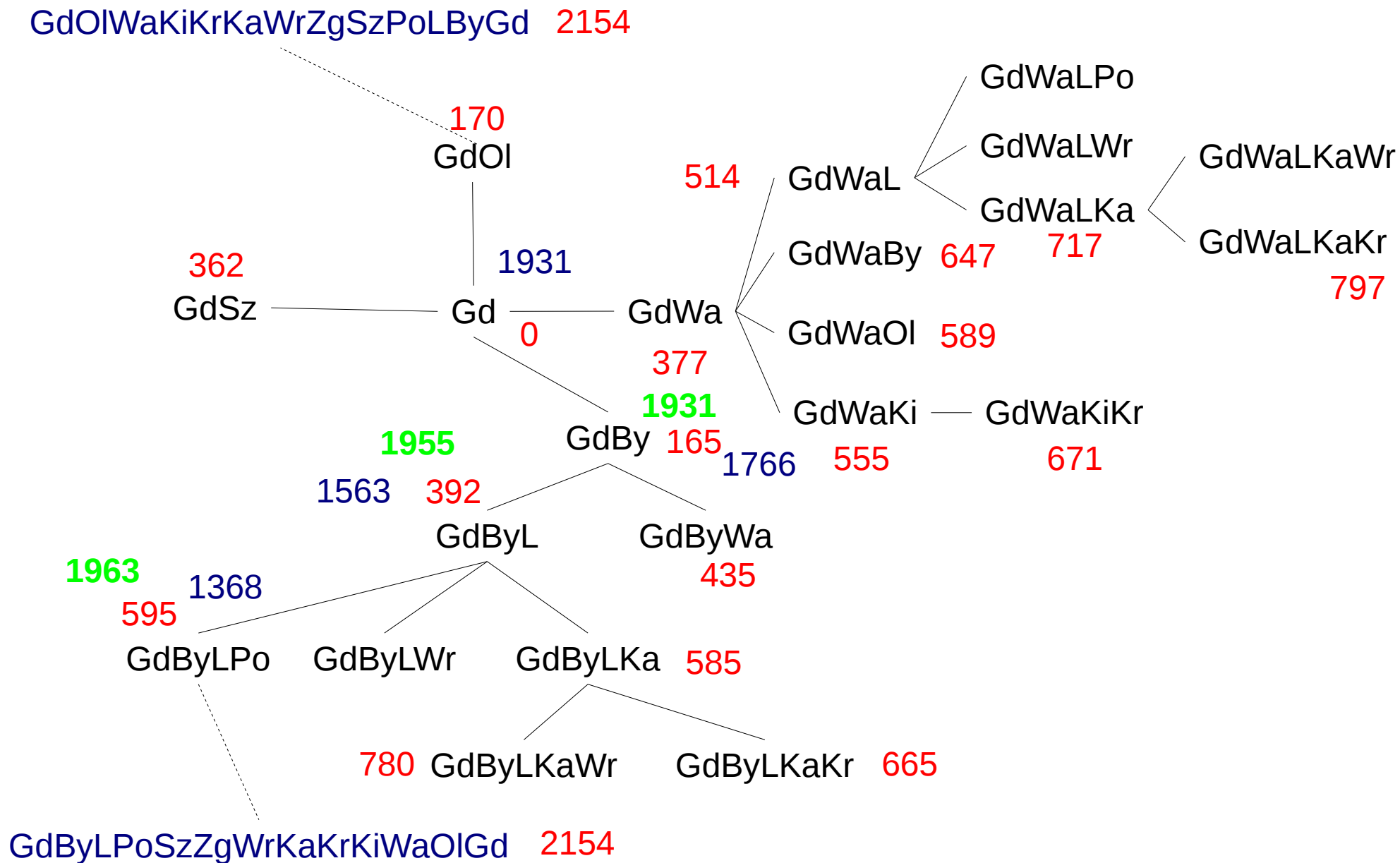




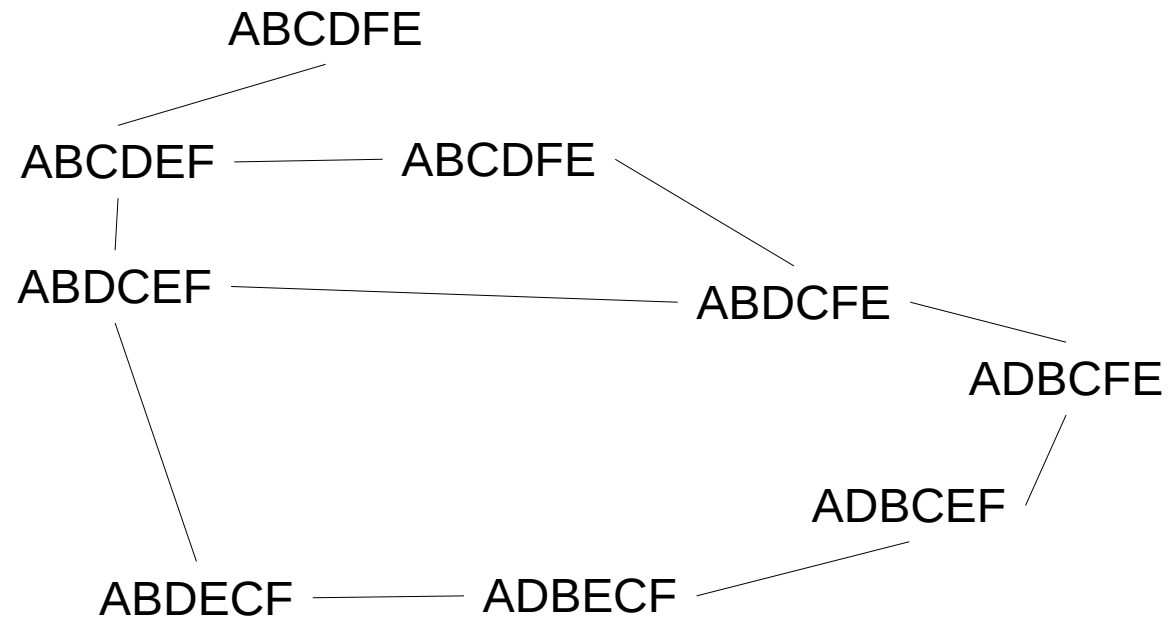
# Koszt ścieżki a funkcja heurystyczna



# Zagadnienie komiwojażera



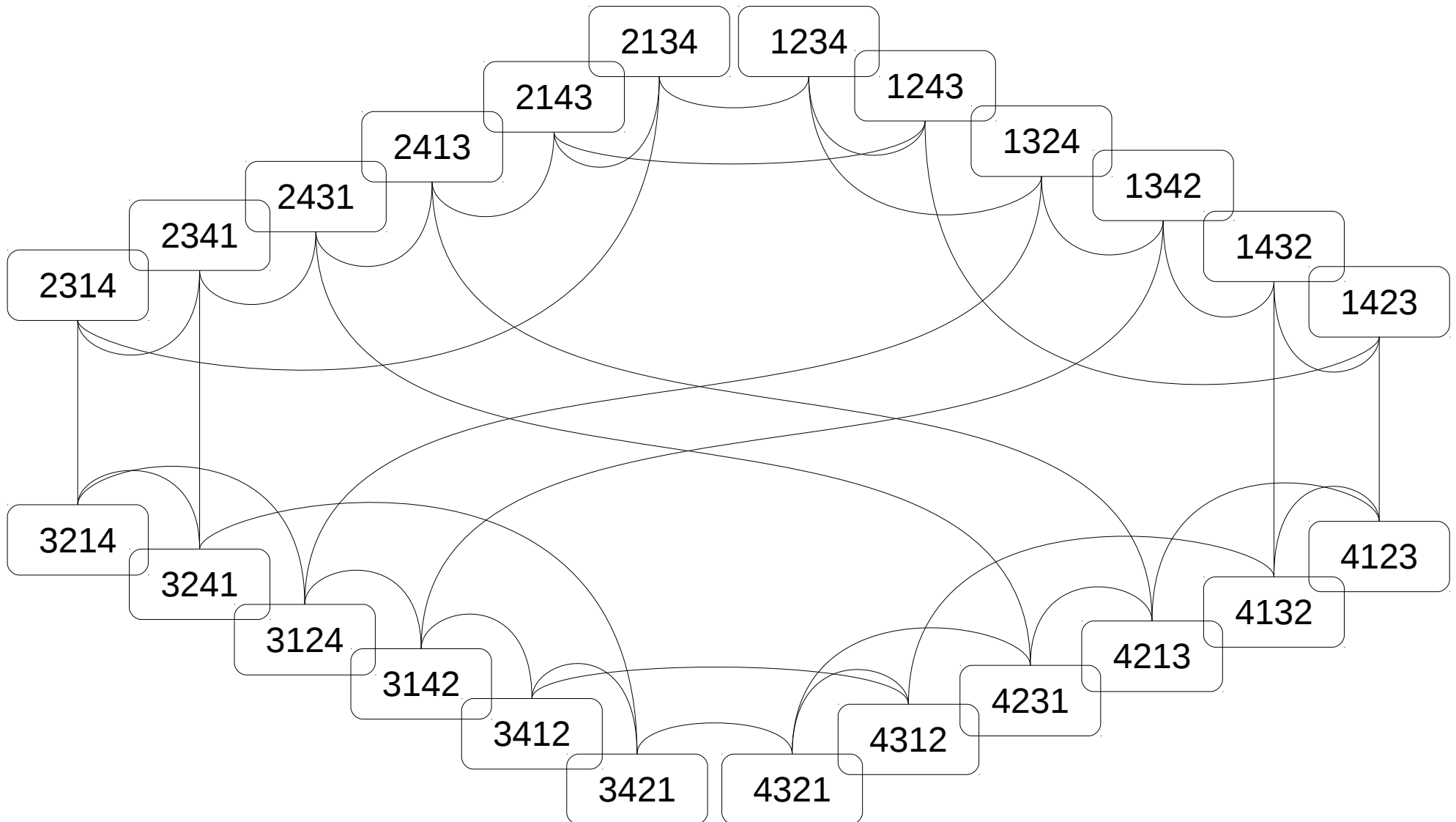
# Zagadnienie komiwojażera inaczej



Funkcja kosztu – suma wag pełnego cyklu

Funkcja heurystyczna?

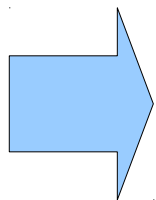
# Zagadnienie komiwojażera inaczej



Funkcja kosztu – suma wag pełnego cyklu. Funkcja heurystyczna?

# Przykład - piętnastka

1		3	12
10	11	4	13
5	6	7	14
8	9	2	15



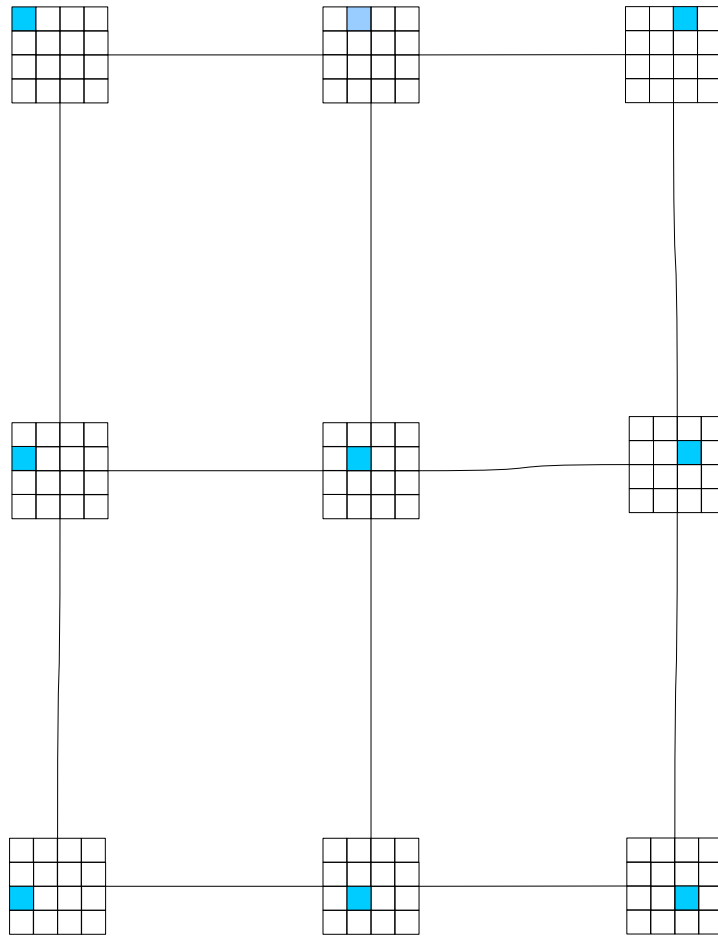
1	2	3	4
12	13	14	5
11		15	6
10	9	8	7

Jaka jest reprezentacja rozwiązania?

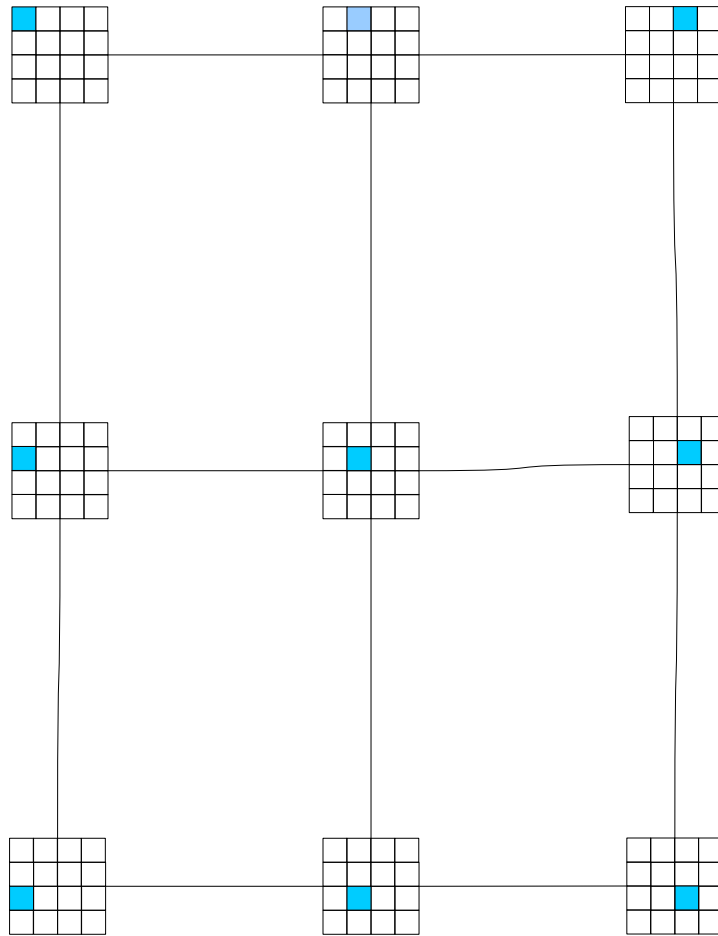
Co jest funkcją kosztu?

Czy jest tu miejsce na funkcję heurystyczną?

# Piętnastka - przestrzeń przeszukiwań

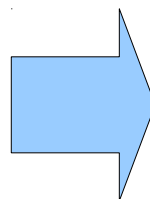


# Solving 15 puzzle attempt #1



# Przykład - piętnastka

1		3	12
10	11	4	13
5	6	7	14
8	9	2	15



1	2	3	4
12	13	14	5
11		15	6
10	9	8	7

Reprezentacja rozwiązania – stan planszy

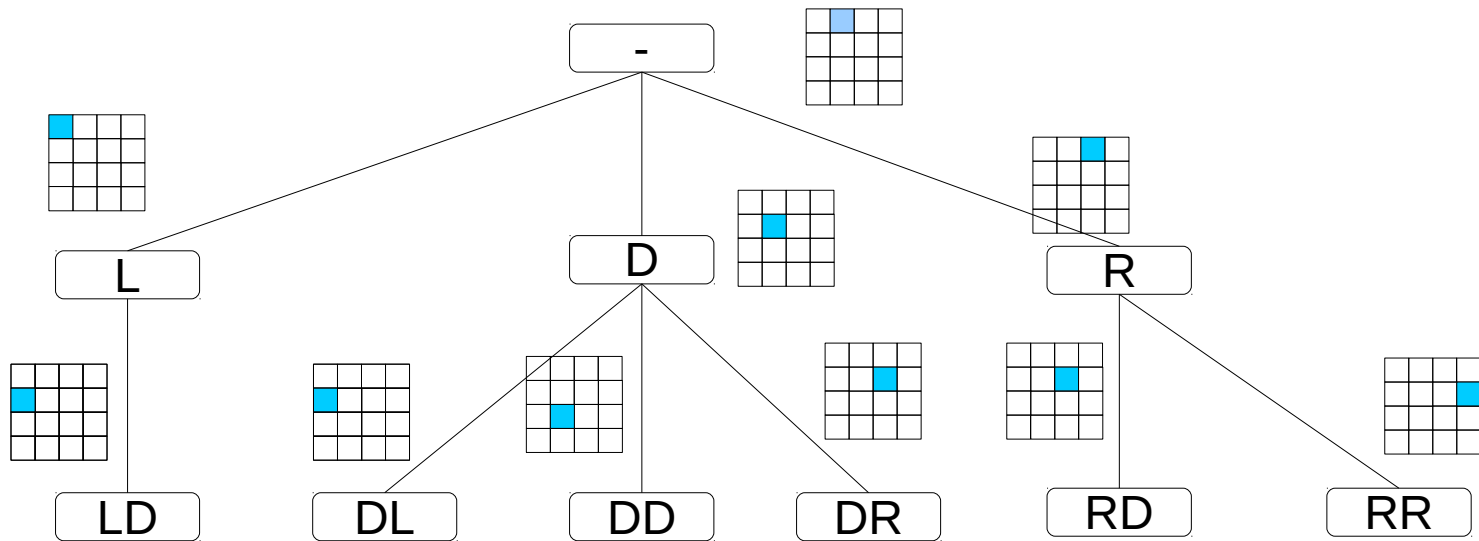
Funkcja kosztu

Liczba elementów nieprawidłowo umiejcowionych

Funkcja heurystyczna?

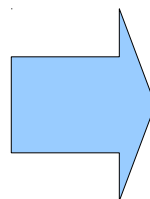


# Piętnastka – przestrzeń przeszukiwań



# Przykład - piętnastka

1		3	12
10	11	4	13
5	6	7	14
8	9	2	15



1	2	3	4
12	13	14	5
11		15	6
10	9	8	7

Reprezentacja rozwiązania – sekwencja ruchów

Funkcja kosztu – długość sekwencji

Funkcja heurystyczna

Liczba ruchów, którą trzeba by wykonać  
gdyby kafelki sobie nie przeszkadzały

	2:4	10:2
	4:2	11:2
30	5:4	12:4
	6:2	13:2
	7:2	14:2
	8:2	15:2

# Knapsack problem

- N items
- Each item has its weight  $w_i > 0$  and profit  $p_i > 0$
- Choose items such that total profit is maximized and total weight does not exceed  $W$

$$\max \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i w_i \leq W$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

# Knapsack problem

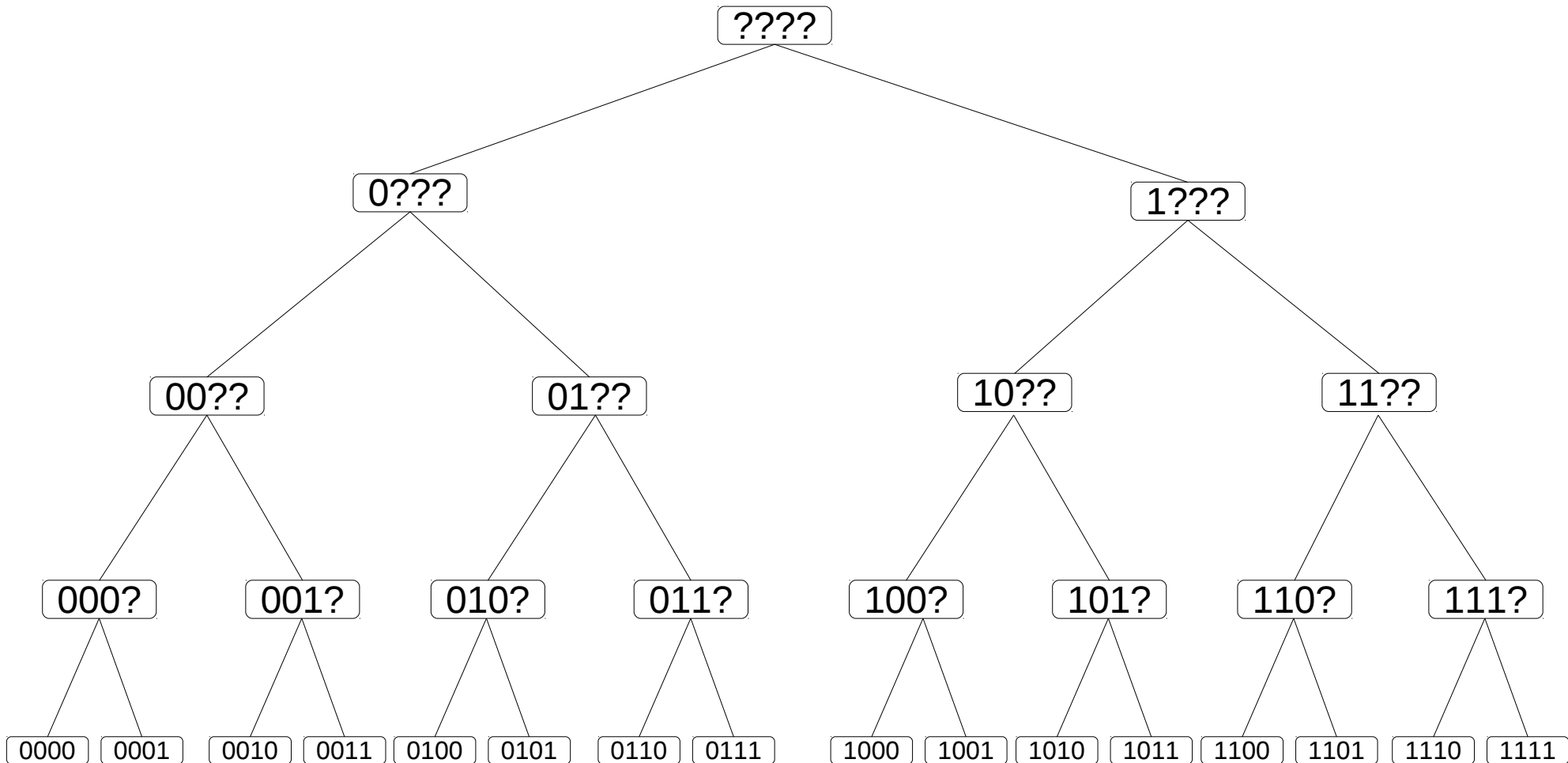
- N items
- Each item has its weight  $w_i > 0$  and profit  $p_i > 0$
- Choose items such that total profit is maximized and total weight does not exceed  $W$



$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n x_i p_i \\ \sum_{i=1}^n x_i w_i & \leq W \\ x_i & \in \{0, 1\} \end{aligned}$$



# Knapsack problem search space



# Knapsack problem profit and heuristic function

- Profit function

$$g(x) = \sum_{i: x_i=1} p_i$$

- Heuristic function

Items are sorted w.r.t.  $p_i/w_i$  (descending)

$$h(x) = \sum_{i: x_i=?} y_i p_i$$
$$\sum_{i: x_i=?} y_i w_i = W - \sum_{i: x_i=1} x_i w_i$$
$$y_i \in [0, 1]$$

# Knapsack problem example profit and heuristic function

- Items

$i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$	20	5	10	5	6	3
$w_i$	6	2	5	3	4	3
$p_i/w_i$	3.33	2.5	2	1.66	1.5	1

- $W=13$

- Consider the solution

$$x = ? 0 ? 1 ? 1$$

- Total profit:

$$g(x) = p_4 + p_6 = 5 + 3 = 8$$

- Total weight:

$$w(x) = w_4 + w_6 = 3 + 3 = 6$$

- Vector  $y$ :

$$y = [1, 0, 1/5, 0, 0, 0]$$

- Heuristic function:

$$h(x) = 20 \cdot 1 + 10 \cdot 1/5 = 22$$

# Kiedy można mówić o funkcji heurystycznej

- Zadanie jest złożeniem składników
- Da się ocenić rozwiązanie częściowe
- Przestrzeń przeszukiwań obejmuje rozwiązania częściowe

Algorytmy wszerz, w głąb, najpierw najlepszy są stosowalne w przestrzeniach rozwiązań częściowych

Pożądana jest drzewiasta struktura przestrzeni  $A^*$  jest odmianą najpierw najlepszy, która korzysta z sumy  $f$ . kosztu i  $f$ . heurystycznej